

LIV OLIMPIADA FIZYCZNA (2004/2005). Stopień I, zadanie doświadczalne – D1.

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Andrzej Wysmołek, kierownik ds. zadań dośw. – plik; *Fizyka w Szkole* nr 2, 2005.

Nazwa zadania: Wyznaczanie momentu bezwładności banana.

Działy: Mechanika

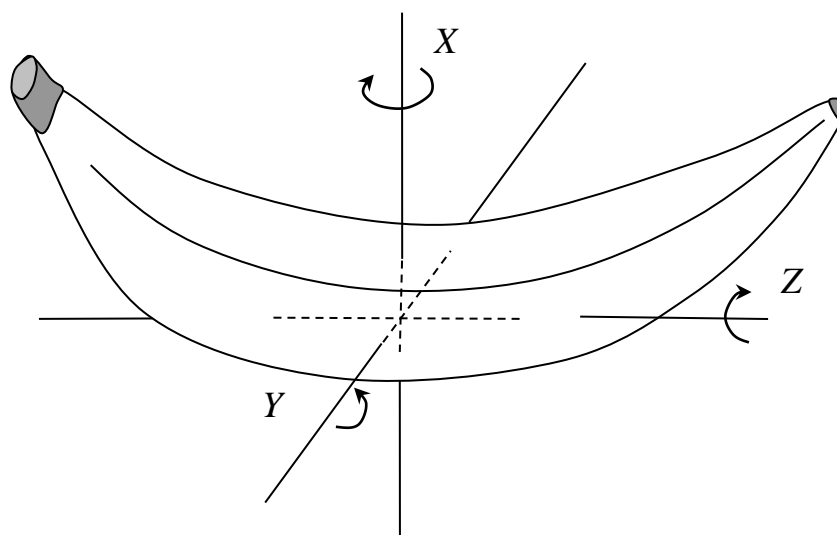
Słowa kluczowe: ciało, bryła sztywna, moment bezwładności, kierujący, siły, ruch obrotowy, oś obrotu, środek ciężkości, masy, wahadło matematyczne, fizyczne, okres.

Zadanie doświadczalne – D1, zawody I stopnia części 2, LIV OF

Masz do dyspozycji:

- banan o znanej masie,
- stoper,
- nitkę,
- duży guzik,
- drewniane patyczki (np. do szaszłyków) lub druty do robótek ręcznych o średnicy 2-3 mm i długości ok. 25 cm,
- linijkę,
- flamaster,
- statyw z uchwytami.

Wyznacz momenty bezwładności banana, względem trzech wzajemnie prostopadłych osi, przechodzących przez jego środek ciężkości (patrz rysunek).



Rys. 1.

Uwaga!

1. Do doświadczenia najlepiej użyć banana, którego środek ciężkości znajduje się w jego wnętrzu!
2. Do rozwiązania dołącz szkic banana w skali 1:1.

Rozwiązanie

Część teoretyczna

Momenty bezwładności banana można wyznaczyć traktując banan jak wahadło fizyczne. Okres drgań T wahadła fizycznego o masie m zawieszono w odległości l_s od środka ciężkości wynosi:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m l_s g}}, \quad (1)$$

gdzie I – moment bezwładności wahadła względem punktu zawieszenia, g – przyspieszenie ziemskie. Zgodnie z twierdzeniem Steinera moment bezwładności banana I można przedstawić w postaci:

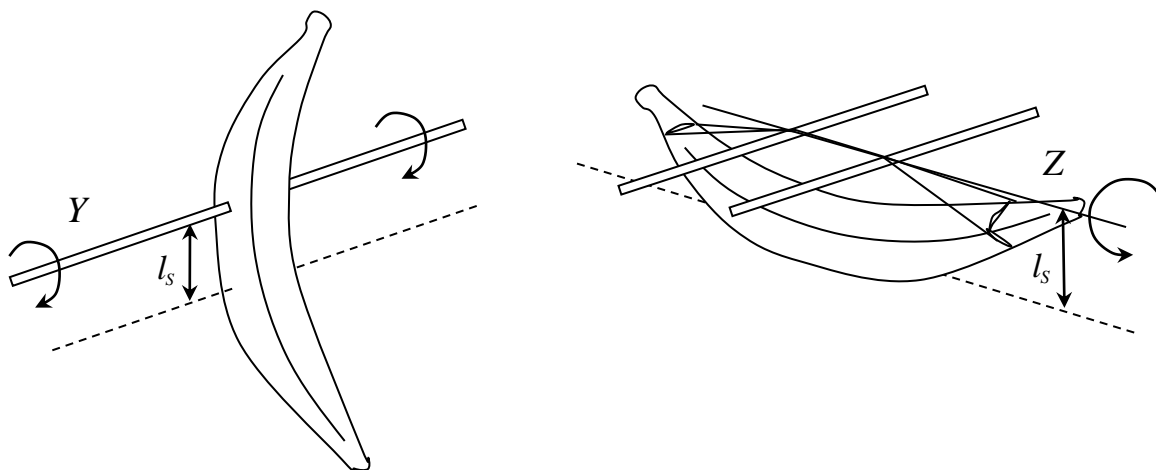
$$I = I_0 + m l_s^2 \quad (2)$$

gdzie I_0 oznacza szukany moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek ciężkości banana, równoległej do osi jego drgań.

Łącząc wyrażenia (1) i (2) otrzymujemy:

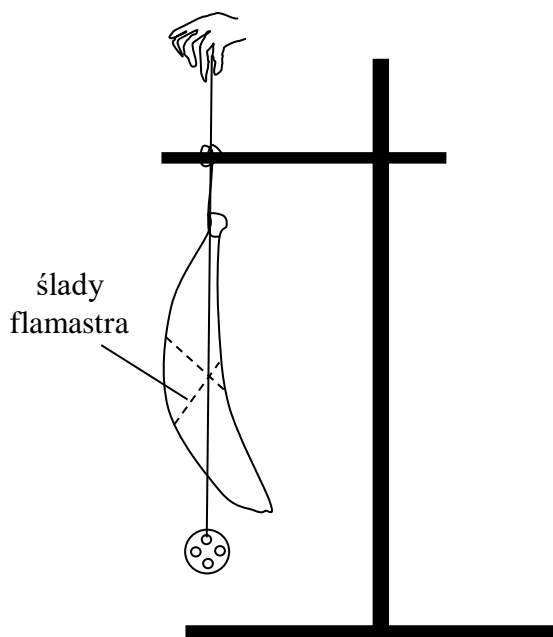
$$I = m l_s \left(\frac{g T^2}{4\pi^2} - l_s \right). \quad (3)$$

Zatem dla wyznaczenia momentu bezwładności I_0 banana wystarczy odpowiednio go zawiesić i zmierzyć okres jego drgań, względem osi równoległej do wybranej osi przechodzącej przez środek ciężkości banana. Żeby to zrobić, można przebić banan patyczkiem lub zawiesić na nitkach tak, aby drgał tylko wokół osi przechodzącej przez punkty zawieszenia nitki (rys. 1).



Rys. 2.

Położenie środka ciężkości banana można wyznaczyć zawieszając banan na nitce w różnych konfiguracjach. Trzymając w ręku guzik zawieszony na nitce zaznaczamy flamastrem na bananie proste pionowe równoległe do prostej pionowej przechodzącej przez punkt zawieszenia banana (rys 2). Każdorazowe zawieszenie wyznacza płaszczyznę, w której znajduje się środek ciężkości. Trzy zawieszenia wystarczą więc do wyznaczenia jego położenia we wnętrzu banana.



Rys. 3.

Część doświadczalna

Masa banana użytego do pomiarów wynosiła $m = 130,1$ g. Wieszając go w różnych konfiguracjach wyznaczamy położenie jego środka ciężkości. Następnie zawieszamy banan tak, aby wykonywał drgania tylko w jednej, wybranej płaszczyźnie (rys. 3). Stoperem mierzymy okres jego drgań T . Dla każdej konfiguracji powtarzamy pomiar kilka razy. Z uzyskanych danych obliczamy wartość średnią i niepewność pomiarową T . Mierzimy odległość od punktu za wieszania do środka ciężkości l_s . Jest ona obarczona niepewnością wynoszącą około 3-5 mm. Zatem, jeśli wartość l_s jest mała (oś blisko środka ciężkości), to błąd względny będzie duży. Jeśli l_s jest bliskie $gT^2/4\pi^2$ (oś daleko od środka ciężkości) to drugi czynnik we wzorze (3) będzie obciążony znacznym błędem. Dlatego w pomiarach trzeba wybrać warunki pośrednie. W przypadku drgań wokół osi X , przy zawieszeniu banan na nitkach w odległości $l_s = (7,0 \pm 0,3)$ cm zmierzono okres $T = (0,61 \pm 0,05)$ s.

Po podstawieniu do wzoru (3) i oszacowaniu niepewności pomiarowej dostajemy moment bezwładności $I_{0x} = (2,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-4}$ kg \cdot m². Analogicznie, przy zawieszeniu banana w odległości dla drgań wokół osi Y otrzymano $l_s = (11,0 \pm 0,3)$ cm zmierzono okres $T = (0,72 \pm 0,05)$ s, co daje $I_{0y} = (2,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$ kg \cdot m².

Dla drgań wokół osi Z pomiar był bardzo trudny. Okres drgań był krótki. Banan zawieszony na nitkach wykonywał drgania złożone, a patyk wbijało się trudno. Dla odległości $l_s = (1,8 \pm 0,3)$ cm okres drgań wyniósł $T = (0,35 \pm 0,05)$ s, co daje $I_{0z} = (0,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$ kg \cdot m².

Uzyskane wyniki potwierdzają oczekiwania $I_{0y} > I_{0x} \gg I_{0z}$.

Bardzo duży wpływ na uzyskane wyniki ma staranność wykonania doświadczenia. Ważne jest, aby banan wykonywał drgania w jednej płaszczyźnie.

Badanie okresu drgań wahadła fizycznego nie jest jedynym sposobem wyznaczenia momentów bezwładności. Inna nasuwająca się metodą pomiarowa mogłaby wykorzystywać po-

miar drgań torsyjnych banana. Wymaga ona jednak bardziej skomplikowanych rozważań teoretycznych.

Proponowana punktacja

Część teoretyczna

1. Pomysł pomiaru okresu drgań banana zawieszonoego w pewnej odległości od środka ciężkości do 2 pkt.
2. Zastosowanie właściwych wzorów do 2 pkt.
3. Pomysł na wyznaczenie środka ciężkości banana do 2 pkt.

Część doświadczalna

1. Wyznaczenie środka ciężkości banana do 2 pkt.
2. Pomiar częstotliwości drgań banana dla trzech osi drgań do 6 pkt
3. Wyznaczenie wartości momentów bezwładności i oszacowanie niepewności ich pomiarowych do 6 pkt.