LIV Olimpiada Fizyczna — zawody II stopnia

Za rozwiązanie każdego z zadań można otrzymać 20 pkt.

Zadanie 1

Pocisk w kształcie stożka o polu podstawy S i kącie rozwarcia 2α porusza się z prędkością v wzdłuż swojej osi (w stronę wierzchołka) w bardzo rozrzedzonym jednoatomowym gazie. Temperatura gazu jest na tyle niska, a prędkość v na tyle duża, że można przyjąć, że atomy gazu są nieruchome. Gęstość gazu jest równa ρ.

Zakładając, że atomy gazu zderzają się z powierzchnią pocisku doskonale sprężyście i nie zderzają się ze sobą, obliczyć siłę oporu, jaka działa na pocisk. Powierzchnia pocisku jest idealnie gładka. Podaj wartość liczbową dla $\rho = 10^{-3}\,\mathrm{kg/m^3}$, $v = 7\,\mathrm{km/s}$, $\alpha = 45°$, $S = 0,01\,\mathrm{m^2}$.

Zadanie 2

Wąska wiązka fullerenów – cząsteczek węgla C_{60} w kształcie piłki futbolowej – pada prostopadle na siatkę dyfrakcyjną o stałej sieci $d = 100\,\mathrm{nm}$ (siatką dyfrakcyjną jest płytka z azotku krzemu z wyciętymi równoległymi wąskimi szczelinami). Za siatką znajdują się detektory zliczające cząsteczki docierające do poszczególnych punktów płaszczyzny (”ekranu”) znajdującej się w dużej odległości od siatki i równoległej do niej. Wskazania detektorów służą do wyznaczenia powstałego obrazu interferencyjnego.

a) Przyjmując, że rozkład prędkości cząsteczek (v) w wiązce jest rozkładem jednorodnym w zakresie $v \in [v_0 - \Delta v, v_0 + \Delta v]$, wyznacz kąt ugięcia wiązki α_n odpowiadający położeniu środka prążka interferencyjnego n-tego rzędu oraz kąt $\Delta\alpha_n$ odpowiadający szerokości tego prążka (prążek jest obszarem, do którego dolatują cząsteczki). Podaj wartości liczbowe dla $n = 1$, $v_0 = 117\,\mathrm{m/s}$, $\Delta v = 0,17 v_0$. Rozważ tylko te prążki, dla których $\sin\alpha_n \approx \alpha_n$.

b) Jaki jest dopuszczalny rozrzut Δv prędkości cząsteczek w wiązce (przy ustalonym v_0), aby prążek n-tego rzędu był dobrze rozróżnialny, tzn. aby po obu jego stronach były miejsca, do których nie docierają cząsteczki?

Zakładamy, że każda z cząsteczek ma dokładnie określony pęd.

Masa atomu węgla jest równa $2,0 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$, stała Plancka $h = 6,6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$.

Zadanie 3

Rozważmy gumowy balonik, który po nadmuchaniu powietrzem ma kształt kuli.

a) Gdy promień balonika wynosił $r_1 = 0,1\,\mathrm{m}$, to wewnątrz panowało ciśnienie $p_1 = 1,1 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$. Jakie ciśnienie panuje wewnątrz balonika, po nadmuchaniu go tak, by miał promień $r_2 = (3/2)r_1$? W obu przypadkach temperatura powietrza wewnątrz balonika jest równa temperaturze otoczenia i wynosi $T_0 = 300\,\mathrm{K}$. Ciśnienie powietrza otaczającego balonik jest równe $p_0 = 1,0 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$.

b) Balonik o promieniu r_2 (czyli po nadmuchaniu zgodnie z pkt. a)) zanurzono powoli w wodzie na taką głębokość, by jego promień zmalał do $r_3 = r_1$. Ile wynosi ta głębokość? Jakie są temperatura i ciśnienie wewnątrz balonika po zanurzeniu? Zakładamy, że powłoka balonika nie przepuszcza ciepła. Początkowa temperatura wewnątrz balonika była równa T_0. Balonik przed zanurzeniem znajdował się tuż nad powierzchnią wody.

c) Jaką pracę wykonano w trakcie zanurzania zgodnie z pkt. b)?

Energia sprężysta gumy, z której jest wykonany balonik, jest równa $E_s = (1/2)\alpha S^2$, gdzie α jest pewną stałą, a S – powierzchnią balonika. Balonik jest na tyle mały, że również po zanurzeniu w wodzie ma kształt kuli. Przyjmij, że powietrze zachowuje się jak gaz doskonały o molowym cieple właściwym przy stałej objętości $c_V = (5/2)R$, gdzie R jest uniwersalną stałą gazową. Guma z której jest wykonany balonik ma zaniedbywalną masę oraz zaniedbywalną pojemność cieplną. Zaniedbaj również gęstość powietrza w porównaniu z gęstością wody $d_w = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$. Przyspieszenie ziemskie $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$.