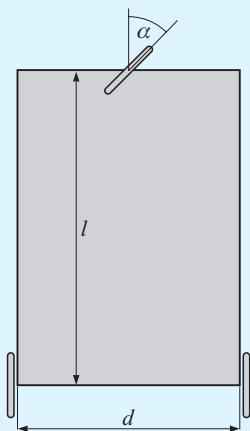


LIII Olimpiada Fizyczna

zawody III stopnia

ZADANIE 1

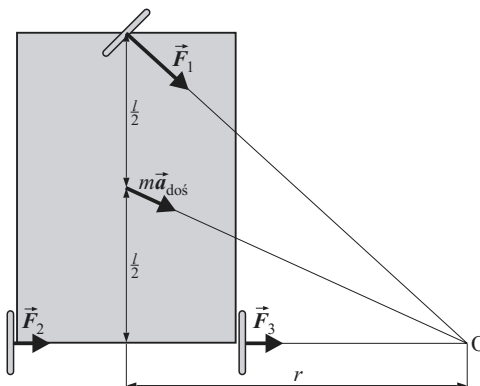
Pojazd składa się prostokątnego nadwozia o szerokości d i długości l oraz z trzech kół. Jedno koło umocowane jest na środku przedniej krawędzi nadwozia w taki sposób, że może być skręcane przez kierującego pojazdem wokół osi pionowej przechodzącej przez środek koła. Pozostałe dwa koła umieszczone są na końcach jednej osi pokrywającej się z tylną krawędzią nadwozia (patrz rysunek).



Na zakręcie, mając skręcone przednie koło o kąt $\alpha = \pi/4$, pojazd porusza się z maksymalną prędkością, przy której jeszcze nie wpada w poślizg. Z jaką prędkością pojazd będzie się poruszał po wyjechaniu na prostą, jeśli kierowca będzie bardzo łagodnie prostował przednie koło? Współczynnik tarcia statycznego koło–podłoże wynosi μ . Całkowita masa pojazdu wraz z kierowcą wynosi m i jest równomiernie rozłożona wewnątrz nadwozia. Koła są jednakowe, wąskie i obracają się niezależnie od siebie. Ich masę pomijamy. W rozważaniach zaniebaj również wysokość pojazdu. Silnik pojazdu jest wyłączony na całej rozważanej drodze, opór toczenia i opór powietrza pomijamy. Droga jest idealnie pozioma. Przyspieszenie ziemskie wynosi g .

ROZWIĄZANIE

1. Pierwszym etapem rozwiązania jest wyznaczenie prędkości pojazdu w trakcie ruchu na zakręcie. Zagadnienie będziemy traktować jako płaskie.



Ruch jest jednostajnym obrotem wokół punktu O będącego przecięciem prostych stanowiących osie obrotu kół. Punkt O znajduje się na przedłużeniu tylnej osi pojazdu, w odległości $r = l \operatorname{tg} \alpha$ od jej środka. Na pojazd działają siły tarcia prostopadłe do płaszczyzny kół (czyli wzdłuż ich osi obrotu) \vec{F}_1 , \vec{F}_2 i \vec{F}_3 . Siły te wywołują przyspieszenie dośrodkowe \vec{a}_{dos} środka masy pojazdu:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m \vec{a}_{\text{dos}}.$$

Rozkładając powyższe równanie na składowe wzdłuż boków pojazdu i uwzględniając zależności geometryczne, dostajemy

$$F_1 \cos \alpha + F_2 + F_3 = m a_{\text{dos}} \frac{r}{r_M} \quad (1)$$

$$F_1 \sin \alpha = m a_{\text{dos}} \frac{l/2}{r_M}, \quad (2)$$

gdzie $r_M = \sqrt{r^2 + (l/2)^2}$ jest odległością środka masy pojazdu od punktu obrotu O . Eliminując z powyższych równań a_{dos} , dostajemy

$$\frac{l/2}{r_M} (F_1 \cos \alpha + F_2 + F_3) = \frac{r}{r_M} F_1 \sin \alpha,$$

czyli

$$F_2 + F_3 = \left(\frac{r}{l/2} \sin \alpha - \cos \alpha \right) F_1 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + l^2}} F_1. \quad (3)$$

Równanie (3) można też otrzymać z warunku zerowania się momentu sił względem środka masy.

Z (3) otrzymujemy, że

$$F_1 > F_2 + F_3. \quad (4)$$

Ciężar pojazdu rozkłada się równomiernie na przednią i tylną oś. Koła się nie ślizgają, co oznacza, że

$$F_1 \leq \frac{mg}{2}\mu, \quad F_2 + F_3 \leq \frac{mg}{2}\mu. \quad (5)$$

Ponieważ pojazd porusza się na granicy poślizgu, z (5) i (4) otrzymujemy

$$F_1 = \frac{mg}{2}\mu.$$

Wstawiając ten wynik do (2), otrzymujemy

$$a_{\text{doś}} = g\mu \frac{\sqrt{\frac{l^2}{4} + r^2}}{\sqrt{l^2 + r^2}}.$$

Niech ω oznacza prędkość kątową, a v prędkość liniową środka masy. Ponieważ $a_{\text{doś}} = \omega^2 r_M = v^2 / r_M$, mamy

$$\omega^2 = g\mu \frac{1}{\sqrt{l^2 + r^2}}, \quad v^2 = g\mu \frac{\frac{l^2}{4} + r^2}{\sqrt{l^2 + r^2}}.$$

■ 2. Moment bezwładności pojazdu względem środka masy wynosi $I = m \frac{d^2 + l^2}{12}$. Dlatego energia kinetyczna pojazdu poruszającego się na zakręcie jest równa

$$\begin{aligned} E_{\text{zakr}} &= \frac{1}{2}(mr_M^2 + I)\omega^2 = \\ &= \frac{1}{2}m \left(r^2 + \frac{l^2}{3} + \frac{d^2}{12} \right) g\mu \frac{1}{\sqrt{l^2 + r^2}}. \end{aligned}$$

Ta energia jest równa energii kinetycznej ruchu postępowego pojazdu po wyprostowaniu przedniego koła, czyli

$$E_{\text{zakr}} = \frac{1}{2}mv_{\text{końc}}^2.$$

Stąd

$$v_{\text{końc}} = \sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{3} + \frac{d^2}{12} \right) g\mu \frac{1}{\sqrt{l^2 + r^2}}}.$$

Dla $\alpha = \pi/4$ mamy $r = l$, co daje

$$v_{\text{końc}} = \sqrt{g\mu l} \sqrt{\frac{4}{3\sqrt{2}}} \sqrt{1 + \frac{d^2}{16l^2}}.$$

Współczynnik $\sqrt{g\mu l}$ w tym wzorze odpowiada maksymalnej prędkości, z jaką może poruszać się samochód o bardzo małych rozmiarach na zakręcie o promieniu l . Czynniki

$$\sqrt{\frac{4}{3\sqrt{2}}} \sqrt{1 + \frac{d^2}{16l^2}} \approx 0,971 \sqrt{1 + \frac{d^2}{16l^2}}$$

jest, biorąc pod uwagę wszystkie idealizacje, bardzo zbliżony do 1 (np. $v_{\text{końc}} = 0,971\sqrt{g\mu l}$ dla $d = 0$, a $v_{\text{końc}} = 1,001\sqrt{g\mu l}$ dla $d = l$). Może on być znacząco różny od 1 jedynie dla dużych d/l , co raczej nie odpowiada żadnemu realistycznemu przypadkowi. Warto zauważyć, że w praktyce wartość $v_{\text{końc}}$ nie jest oszałamiająca: np. dla $d = 1$ m, $l = 2$ m, $\mu = 1$ otrzymamy $v_{\text{końc}} \approx 4,4$ m/s.

ZADANIE 2

Skonstruowano dwa balony, z których pierwszy jest wypełniony gorącym powietrzem o temperaturze $T = 373$ K, a drugi parą wodną o takiej samej temperaturze. Sprawdzono, że tuż nad powierzchnią ziemi każdy z balonów może unieść masę $m = 300$ kg, włączając w to masę powłoki, linek i innych elementów konstrukcyjnych. Temperatura otoczenia wynosi $T_0 = 293$ K, ciśnienie $p = 10^5$ Pa.

■ a) Ile wynoszą objętości V_1 i V_2 balonów?

■ b) Jaka jest minimalna ilość ciepła niezbędna do podgrzania (od temperatury otoczenia) powietrza w pierwszym balonie? Ile wynosi minimalna ilość ciepła niezbędna do wytworzenia, z wody o temperaturze równej temperaturze otoczenia, pary wodnej potrzebnej do wypełnienia drugiego balonu?

■ c) Stwierdzono, że tuż po napełnieniu pierwszego balonu, tempo utraty jego siły nośnej (udźwigu) jest równe $k_1 = 0,3$ N/s. Ile wynosi tempo utraty siły nośnej drugiego balonu k_2 tuż po jego napełnieniu? Rozważ dwie możliwości: (i) cała skroplona para z drugiego balonu pozostaje w jego wnętrzu (zbiera się w specjalnym pojemniku) oraz (ii) cała skroplona para z drugiego balonu jest natychmiast usuwana (spada na ziemię). Kształt obu balonów jest taki sam, powłoki mają takie samo przewodnictwo cieplne, są nierozciągliwe, wiotkie i nie przepuszczają ani pary, ani powietrza. Zakładamy, że para wodna spełnia równanie stanu gazu doskonałego. Każdy z balonów ma na dole mały otwór. Po napełnieniu balonów nie jest do nich dostarczane ciepło.

Do obliczeń przyjmij następujące wartości: masa molowa powietrza $M_p = 0,029$ kg/mol; masa molowa wody $M_w = 0,018$ kg/mol; stała gazowa $R = 8,3$ J · mol⁻¹ · K⁻¹; ciepło molowe powietrza

przy stałej objętości $c_v = (\frac{5}{2})R$; ciepło właściwe wody $c_w = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; temperatura wrzenia wody pod ciśnieniem $p = 10^5 \text{ Pa} = 373 \text{ K}$; ciepło parowania wody w temperaturze 373 K (i ciśnieniu $p = 10^5 \text{ Pa}$) $r = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$; przyspieszenie ziemskie $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

ROZWIĄZANIE

■ a) Gęstość gazu doskonałego wyraża się wzorem

$\rho = \frac{pM}{RT}$, gdzie M jest jego masą molową, zatem gęstości są odpowiednio równe:

□ powietrza na zewnątrz balonów

$$\rho_0 = \frac{pM_p}{RT_0} = 1,191 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

□ powietrza w pierwszym balonie

$$\rho_1 = \frac{pM_p}{RT} = 0,936 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

□ pary wodnej w drugim balonie

$$\rho_2 = \frac{pM_w}{RT_0} = 0,581 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Korzystając z prawa Archimidesa, otrzymujemy $\rho_0 V_1 = m + \rho_1 V_1$, zatem

$$V_1 = \frac{m}{\rho_0 - \rho_1} = \frac{mRTT_0}{pM_p(T - T_0)} = 1174 \text{ m}^3,$$

$$V_2 = \frac{m}{\rho_0 - \rho_2} = \frac{mR}{pM_p \left(\frac{M_p}{T_0} - \frac{M_w}{T} \right)} = 491 \text{ m}^3.$$

■ b) Ciepło, niezbędne do ogrzania powietrza, wynosi $Q_1 = nc_p \Delta T$, gdzie $c_p = c_v + R$ jest ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu (w takich warunkach odbywa się podgrzewanie). Otrzymujemy

$$Q_1 = \frac{pV_1}{RT} c_p (T - T_0) = 88,1 \text{ MJ}.$$

Ciepło dostarczone w drugim przypadku jest sumą ciepła potrzebnego do podgrzania wody do 100°C

$$Q_{2\text{pod}} = m_2 c_w \Delta T$$

oraz ciepła potrzebnego do odparowania wody

$$Q_{2\text{par}} = m_2 r, \text{ gdzie } m_2 = V_2 \rho_2 = \frac{m}{\frac{M_p T}{M_w T_0} - 1} = 285 \text{ kg}$$

jest masą pary (wody). Zatem

$$Q_2 = \frac{m}{\frac{M_p T}{M_w T_0} - 1} [c_w (T - T_0) + r] = 752 \text{ MJ}.$$

■ c) Załóżmy, że w przypadku pierwszego balonu prędkość wypływu ciepła przez powłokę wynosi q_1 . Po czasie dt wypłyne $q_1 dt$ ciepła, co spowoduje

obniżenie temperatury powietrza o $dT = \frac{q_1 dt}{nc_p}$,

a w konsekwencji jego objętości o $dV_1 = \frac{nR}{p} dT$

(n i p są stałe!). Zatem spadek siły nośnej wyniesie

$$\begin{aligned} dN_1 &= g \rho_0 dV_1 = g \frac{M_p q_1}{T_0 c_p} dt = \\ &= \left(3,40 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{J}} \right) \cdot g q_1 dt. \end{aligned}$$

Powierzchnia drugiego balonu jest równa $\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{2/3}$

razy powierzchnia pierwszego balonu, czyli prędkość wypływu ciepła w tym przypadku jest równa

$q_2 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{2/3} \cdot q_1$. W ciągu czasu dt skropleni ulegnie $\frac{q_2 dt}{r}$ kilogramów pary, czyli objętość pary

zmniejszy się o $dV_2 = \frac{q_2 dt}{r \rho_w}$. Zatem spadek siły wy-

poru w tym przypadku wynosi

$$\begin{aligned} dN_{2\text{wyporu}} &= g \rho_0 dV_2 = \\ &= g \frac{\rho_0 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{2/3} q_1}{r \rho_w} dt = \\ &= \left(5,07 \cdot 10^{-7} \frac{\text{kg}}{\text{J}} \right) \cdot g q_1 dt. \end{aligned}$$

Jeśli skroplona para pozostaje w balonie, to spadek siły nośnej jest równy spadkowi siły wyporu: $dN_2 = dN_{2\text{wyporu}}$. Otrzymujemy

$$k_2 = \frac{dN_2}{dN_1} k_1 = 0,15 k_1 = 0,045 \frac{\text{N}}{\text{s}}.$$

Jeśli woda powstała ze skroplenia pary wycieka na zewnątrz (lub załoga ją wylewa), to spadek siły nośnej jest równy spadkowi siły wyporu minus zmniejszenie ciężaru pary:

$$\begin{aligned} dN_2' &= g \left(\frac{\rho_0 q_2}{r \rho_w} - \frac{q_2}{r} \right) dt = \\ &= g \left(\frac{\rho_0}{\rho_w} - 1 \right) \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{2/3} \frac{q_1}{r} dt = \\ &= \left(2,60 \cdot 10^{-7} \frac{\text{kg}}{\text{J}} \right) \cdot g q_1 dt. \end{aligned}$$

W tym przypadku tempo spadku siły nośnej wynosi

$$k_2' = \frac{dN_2'}{dN_1} k_1 = 0,08 k_1 = 0,023 \frac{\text{N}}{\text{s}}.$$

ZADANIE 3

Wektor indukcji magnetycznej \vec{B} tuż nad powierzchnią nadprzewodnika jest zawsze styczny do tej powierzchni.

■ a) Korzystając z tego faktu, oblicz siłę działającą na jednostkę długości nieskończenie długiego, cienkiego, prostoliniowego przewodu znajdującego się w odległości d od płaszczyzny nadprzewodzącej. Wyznacz pole \vec{B} tuż nad nadprzewodnikiem. W przewodzie płynie prąd o natężeniu I .

■ b) Rozważmy wykonaną z przewodnika, prostokątną ramkę o wymiarach $a \times b$, przy czym $a \gg b$, w której płynie ustalony prąd o nieznanym natężeniu. Masa ramki jest równa m . Przewodnik jest cienki. Sprawdzono, że gdy ramka ustawiona jest tak, że jej krótsze boki są pionowe, to unosi się (lewituje) nad poziomą, nadprzewodzącą płaszczyzną na wysokości d_{\perp} liczonej do środka ramki, przy czym $a \gg d_{\perp} \gg b$. Czy ramka będzie się unosić również w przypadku, gdy jej płaszczyzna będzie równoległa do powierzchni nadprzewodnika? Jeśli tak, to na jakiej wysokości d_{\parallel} ? Przyspieszenie grawitacyjne jest równe g .

ROZWIĄZANIE:

■ a) Przyjmijmy, że powierzchnia nadprzewodnika jest określona równaniem $y = 0$, przewód określają równania $y = d$ i $x = 0$, a prąd płynie w nim zgodnie z wektorem \vec{e}_z . Pole \vec{B} dla $y > 0$ jest sumą pól pochodzących od prądu płynącego w naszym drucie i prądów wyindukowanych w nadprzewodniku. Zakładamy, że dla $y > 0$ pole magnetyczne pochodzące od prądów wyindukowanych w nadprzewodniku jest równe polu pochodzącemu od przewodnika o równaniach $y = -d'$, $x = 0$ w którym płynie prąd I' zgodnie z wektorem \vec{e}_z . Łącznie mamy

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[-\frac{y-d}{(y-d)^2+x^2}, \frac{x}{(y-d)^2+x^2}, 0 \right] + \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \left[-\frac{y+d'}{(y+d')^2+x^2}, \frac{x}{(y+d')^2+x^2}, 0 \right],$$

gdzie wykorzystaliśmy wzór na indukcję magnetyczną pola nieskończonego, prostoliniowego przewodu. Tuż nad powierzchnią nadprzewodnika („ $y = 0^+$ ”) dostajemy

$$\vec{B}(x, y = 0^+, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[-\frac{-d}{d^2+x^2}, \frac{x}{d^2+x^2}, 0 \right] + \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \left[-\frac{d'}{d'^2+x^2}, \frac{x}{d'^2+x^2}, 0 \right].$$

Aby spełnić warunek brzegowy, musimy przyjąć $d' = d$, $I' = -I$. Otrzymujemy wtedy

$$\vec{B}(x, y = 0^+, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[\frac{2d}{d^2+x^2}, 0, 0 \right].$$

Siła działająca na nasz przewód pochodzi od pola magnetycznego wytworzonego przez przewód-obraz i zgodnie ze znanym wzorem jest równa (na jednostkę długości)

$$\vec{f} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} \vec{e}_y.$$

Nasz przewód jest odpychany od nadprzewodnika.

■ b) Korzystając z zasady superpozycji i wyników punktu a) otrzymujemy, że pole magnetyczne nad nadprzewodnikiem jest sumą pola magnetycznego naszej ramki i ramki-obrazu, będącej odbiciem rzeczywistej ramki względem płaszczyzny nadprzewodnika z zamianą prądu I płynącego w ramce na $-I$. Zatem siła działająca na ramkę jest siłą pochodzącą od ramki-obrazu. Jeśli wysokość y ramki nad nadprzewodnikiem spełnia warunek $a \gg y \gg b$, to możemy przyjąć, że pole magnetyczne od ramki-obrazu jest polem od dwóch nieskończonych, równoległych przewodników z prądem I i $-I$. Przyjmijmy, że nadprzewodnik leży w płaszczyźnie $y = 0$ i że dłuższe boki ramki są określone równaniami $x = x_1$, $y = y_1$, $-\frac{a}{2} \leq z \leq \frac{a}{2}$ oraz $x = -x_1$, $y = y_2$,

$-\frac{a}{2} \leq z \leq \frac{a}{2}$. Siły działające na te boki będą równe

$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi} \left[0 - \frac{2x_1}{(2x_1)^2 + (y_1 + y_2)^2}, \frac{2y_1}{(2y_1)^2} - \frac{y_1 + y_2}{(2x_1)^2 + (y_1 + y_2)^2}, 0 \right],$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi} \left[0 + \frac{2x_1}{(2x_1)^2 + (y_1 + y_2)^2}, \frac{2y_2}{(2y_2)^2} - \frac{y_1 + y_2}{(2x_1)^2 + (y_1 + y_2)^2}, 0 \right].$$

Ponieważ $a \ll b$, siły pochodzące od krótszych boków pomijamy.

Suma sił \vec{F}_1 i \vec{F}_2 , dla ramki równoległej do nadprzewodnika ($x_1 = \frac{b}{2}$, $y_1 = y_2 = y$), jest równa

$$\vec{F}_{\parallel} = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi} \left[0, 2 \frac{2y}{(2y)^2} - 2 \frac{2y}{b^2 + (2y)^2}, 0 \right] \approx \approx \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi} \left[0, \frac{b^2}{4y^3}, 0 \right].$$

Dla ramki prostopadłej do nadprzewodnika

$$\left(x_1 = 0, y_1 = y + \frac{b}{2}, y_2 = y - \frac{b}{2} \right)$$

$$\vec{F}_{\perp} = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi} \left[0, \frac{2y+b}{(2y+b)^2} + \frac{2y-b}{(2y-b)^2} - \frac{4y}{(2y)^2}, 0 \right] \approx \approx \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi} \left[0, \frac{b^2}{4y^3}, 0 \right],$$

czyli w obu przypadkach siła jest taka sama! Oznacza to, że w obu przypadkach ramka będzie się unosiła na tej samej wysokości nad nadprzewodnikiem, czyli $d_{\parallel} = d_{\perp}$.

ZADANIE DOŚWIADCZALNE

Masz do dyspozycji:

- optyczną „czarną skrzynkę”,
- laser,
- dwa spinacze do bielizny,
- papier milimetrowy,
- prostokątny klocek,
- plastelinę i taśmę klejącą.

Optyczna „czarna skrzynka” zawiera płasko-równoległą płytkę z przezroczystego materiału.

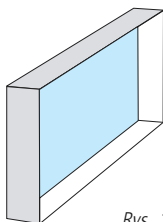
Wyznacz grubość płytki d oraz współczynnik załamania n materiału, z którego jest wykonana.

Uwaga!

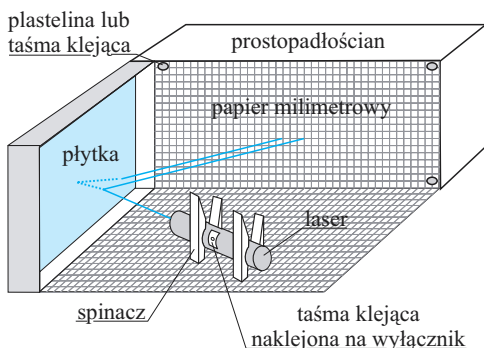
- 1) Laser emituje spolaryzowane liniowo światło o długości fali $\lambda = 650$ nm.
- 2) Zachowaj szczególną ostrożność i w żadnym wypadku nie dopuść do tego, by promień światła laserowego (bezpośrednio, bądź po odbiciu) dostał się do oka.
- 3) Gdy nie wykonujesz pomiarów, wyłącz laser.

ROZWIĄZANIE

Optyczna czarna skrzynka składa się ze szklanej płytki oraz nieprzezroczystej podkładki o zbliżonej grubości. Szklana płytka połączona była z podkładką za pomocą nieprzezroczystej plastikowej listwy w sposób przedstawiony na rysunku 1. Do pomiarów optycznych dostępna była tylko jedna powierzchnia szklanej płytki. Współczynnik załamania przezroczystego materiału (szkła) n oraz grubość płytki d można wyznaczyć, badając odbicie światła od płytki. Ponieważ wśród dostępnych przyrządów nie ma kątomierza, odpo-



Rys. 1



Rys. 2

wiednie kąty trzeba wyznaczyć, odwzorowując bieg promienia laserowego na papierze milimetrowym i korzystając z odpowiednich funkcji trygonometrycznych. Takie pomiary można wykonać w układzie doświadczalnym przedstawionym schematycznie na rys. 2.

Optyczna „czarna skrzynka” ustawiona jest obok prostokątnego klocka w taki sposób, aby powierzchnia płytki była prostopadła do klocka. Papier milimetrowy zamocowany na większym z boków klocka, przy użyciu plasteliny lub taśmy klejącej, pełni rolę ekranu. Laser zamocowany jest w uchwycie sporządzonym z dwóch spinaczy do bielizny (rys. 2). Takie rozwiązanie umożliwia nie tylko zmianę kąta padania światła na płytkę, ale pozwala również na swobodne obracanie lasera, umożliwiające zmianę orientacji płaszczyzny polaryzacji światła.

Promień światła laserowego pada na płytkę pod kątem α (rys. 3). Część światła odbija się, a część załamuje pod kątem β i wnika do płytki, po czym odbija się od tylnej ścianki płytki i po załamaniu (również pod kątem α), pada na ekran. W efekcie, na ekranie pojawiają się dwie plamki, jedna pochodzi od promienia odbitego od przedniej, druga od tylnej powierzchni płytki. Z prostych rozważań geometrycznych wynika, że

$$\frac{c}{b} = \operatorname{tg} \alpha, \quad \frac{c}{2d} = \operatorname{tg} \beta.$$

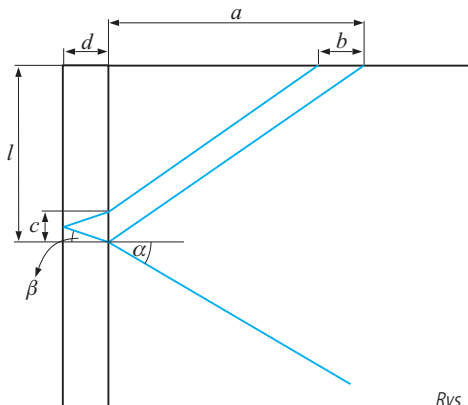
Łącząc te wyrażenia, możemy wyrazić odległość między plamkami b w postaci

$$b = 2d \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha.$$

Biorąc pod uwagę, że współczynnik załamania

$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ i korzystając z zależności

$$\sin \alpha = \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + l^2}},$$



Rys. 3

po prostych przekształceniach dostajemy wyrażenie na odległość pomiędzy plamkami:

$$b = \frac{2ad}{\sqrt{l^2(n^2 - 1) + a^2n^2}}. \quad (1)$$

Z wyrażenia (1) wynika, że odległość między plamkami jest funkcją grubości d płytki oraz współczynnika załamania n przezroczystego materiału. Dla wyznaczenia obu tych wielkości wystarczy zmierzyć b dla co najmniej dwóch różnych kątów padania światła na płytkę (oznacza to wykonanie pomiarów dla dwóch par odległości a oraz l). Znacznie lepszą dokładność osiągnąć można, wykonując pomiary dla większej liczby konfiguracji i próbując przedstawić je graficznie w sposób umożliwiający dopasowanie prostej do danych doświadczalnych. Jedną z możliwości polega na doprowadzeniu związku (1) do postaci:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{n^2}{4d^2}(l^2 + a^2) - \frac{l^2}{4d^2}. \quad (2)$$

Jeśli wykonać pomiary w taki sposób, że promień lasera padać będzie zawsze w to samo miejsce na płytce (czyli przy ustalonej odległości l), a zmieniać się będzie odległości a plamki od brzegu ekranu, to zależność (2) przyjmie postać liniową:

$$y = Ax - B, \quad (3)$$

gdzie $y = a^2/b^2$, $x = l^2 + a^2$, $A = n^2/4d^2$, $B = l^2/4d^2$. Dopasowanie do danych doświadczalnych pozwoli wyznaczyć zarówno współczynnik załamania n jak i grubość płytki d . Wadą takiego rozwiązania jest to, że wielkości te są ze sobą powiązane i niepewność wyznaczenia grubości płytki wpływa na niepewność wyznaczenia współczynnika załamania.

Można tego uniknąć, wyznaczając współczynnik załamania w niezależnym eksperymencie, natomiast równanie (2) przekształcić można do postaci równania prostej, w którym jedynym parametrem dopasowania będzie grubość płytki, np.

$$(l^2 + a^2)n^2 - l^2 = 4d^2 \frac{a^2}{b^2}, \quad (4)$$

co można zapisać jako:

$$y_1 = 4d^2 x_1, \quad (5)$$

gdzie $y_1 = (l^2 + a^2)n^2 - l^2$, $x_1 = a^2/b^2$.

Współczynnik załamania przezroczystego materiału można wyznaczyć, korzystając z tego, że światło emitowane przez laser jest spolaryzowane. Zmieniając ustawienie kierunku polaryzacji światła (poprzez obracanie obudowy lasera), należy znaleźć taki kąt odbicia, przy którym natężenie światła odbitego jest minimalne. Z taką sytuacją mamy do czynienia, gdy płaszczyzną polaryzacji światła pada-

jącego jest płaszczyzna padania, natomiast kąt padania (odbicia) jest równy kątowi Brewstera α_B , tzn. zachodzi związek

$$n = \operatorname{tg} \alpha_B. \quad (6)$$

Znając współczynnik załamania n , należy podstawić dane doświadczalne do zależności (5) i dopasować prostą.

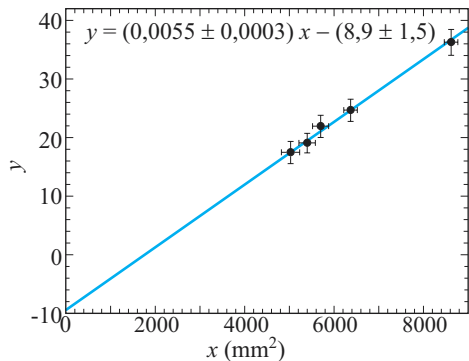
■ Część doświadczalna

Zmontowano układ pomiarowy zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 2. Plastikowe osłonki płytki były zaokrąglone i dlatego, żeby ustawić ją w pozycji pionowej, użyto plasteliny.

Przykładowe wyniki pomiarów długości a oraz odległości pomiędzy plamkami b uzyskane dla $l = (68 \pm 1)$ mm zebrano w tabeli 1. Przyjęto dokładność pomiarów 0,5 mm.

Uzyskane rezultaty przedstawiono na wykresie i dopasowano prostą (rys. 4).

TABELA 1	
a , mm	b , mm
18,5	4,5
28,5	6,5
33	7
42,5	8,5
63,5	10,5



Rys. 4

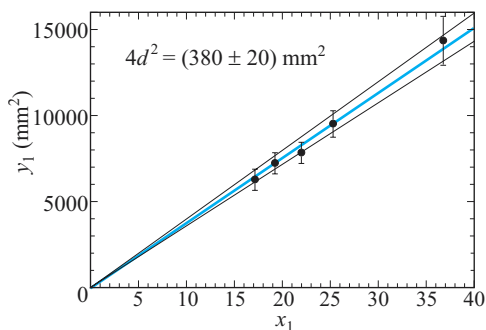
Z dopasowania prostej uzyskano współczynnik kierunkowy $A = (0,0055 \pm 0,0003) \text{ mm}^{-2}$, $B = (8,9 \pm 1,5)$, co następnie pozwoliło wyznaczyć współczynnik załamania

$$n = l \sqrt{\frac{A}{B}} = (1,67 \pm 0,15) \text{ oraz}$$

$$d = l / (2\sqrt{B}) = (11,4 \pm 0,95) \text{ mm.}$$

Wyznaczenie współczynnika załamania z pomiaru kąta Brewstera dało dokładniejsze rezultaty. Na podstawie średniej z kilku pomiarów uzyskano wartość $n = \operatorname{tg} \alpha_B = (1,48 \pm 0,05)$. Wyniki pomiarów kątowych naniesiono na wykres (rys. 5).

Z dopasowania prostej do zależności (5) otrzymano $4d^2 = (380 \pm 20) \text{ mm}^2$, co daje $d = (9,7 \pm 0,3) \text{ mm}$.



Rys. 5

Uzyskana w ten sposób grubość płytki jest bardzo bliska wartości 10,0 mm zmierzonej wcześniej przy użyciu suwmiarki.

Autorzy:

zadania teoretyczne – **dr Jacek Jasiak**,
zadania doświadczalne – **dr Andrzej Wysmołek**.
Obaj z KGOF i Wydziału Fizyki Uniwersytetu
Warszawskiego

Laureaci Finału LIII Olimpiady Fizycznej

- Magdalena Anna Gulewicz**, nauczyciel: mgr Anna Mazurkiewicz, klasa IV, V LO im. ks. Józefa Poniatowskiego w Warszawie
- Piotr Krzysztof Migdał**, nauczyciel: mgr Ewa Gajda, klasa II, V LO w Bielsku-Białej
- Sieczek Czajka**, nauczyciel: mgr Andrzej Majerowski, klasa II, V LO im. ks. Józefa Poniatowskiego w Warszawie
- Łukasz Zbigniew Krysiak**, nauczyciel: mgr Zbigniew Krysiak, klasa IV, V LO w Piotrkowie Trybunalskim
- Krzysztof Marcin Choromański**, nauczyciel: mgr Tomasz Gorazdowski, klasa IV, II LO im. Stefana Batorego w Warszawie
- Bartłomiej Maciej Szczygiel**, nauczyciel: mgr Andrzej Jarnuszkiewicz, klasa IV, Zespół Szkół Ogólnokształcących nr 2 im. Cypriana Kamila Norwida w Jeleniej Górze
- Piotr Findeisen**, nauczyciel: dr Elżbieta Zawistowska, klasa IV, XIV LO im. Stanisława Staszica w Warszawie
- Jan Marcin Grzybowski**, nauczyciel: mgr Stanisław Szymonik, klasa II, LO nr 1 im. Komisji Edukacji Narodowej w Stalowej Woli
- Tomasz Karol Pietrzak**, nauczyciel: mgr Jarosław Szyda, klasa IV, II LO im. Marii Skłodowskiej-Curie w Piotrkowie Trybunalskim
- Mateusz Michał Nowaczyk**, nauczyciel: mgr Hanna Szyburska, klasa IV, I LO im. Mikołaja Kopernika w Łodzi

- Lesław Adam Rachwał**, nauczyciel: mgr Anna Suliga, klasa IV, I LO im. Bolesława Krzywoustego w Głogowie
- Marcin Suszczewicz**, nauczyciel: mgr Krzysztof Łyszczek, klasa IV, XIII LO w Szczecinie
- Grzegorz Łukasz Golonka**, nauczyciel: mgr Alicja Wcisło, klasa IV, IV LO im. Hanki Sawickiej w Kielcach
- Jacek Paweł Puchta**, nauczyciel: mgr Grażyna Kręcisz, klasa IV, I LO im. Stefana Zeromskiego w Kielcach
- Piotr Rafał Guzik**, nauczyciel: mgr Grzegorz Depczyński, klasa IV, I LO im. Mikołaja Kopernika w Krośnie
- Łukasz Piotr Bąk**, nauczyciel: dr Sławomir Brzezowski, klasa IV, V LO im. Augusta Witkowskiego w Krakowie
- Piotr Eugeniusz Kuśka**, nauczyciel: mgr Grzegorz Łopatka, klasa IV, II LO im. Andrzeja Frycza Modrzewskiego w Rybniku
- Bartłomiej Romański**, nauczyciel: dr Elżbieta Zawistowska, klasa IV, XIV LO im. Stanisława Staszica w Warszawie
- Wojciech Marański**, nauczyciel: mgr Mirosław Augustyniak, klasa IV, LO im. Stefana Banacha w Zaganiu
- Marcin Paweł Kisielowski**, nauczyciel: mgr Joanna Misiura, klasa IV, I LO im. Władysława Broniewskiego w Bolesławcu.



Tort z nazwiskami laureatów (fot. Łukasz Badowski).