

# LIII Olimpiada Fizyczna

## zawody I stopnia

### CZĘŚĆ I

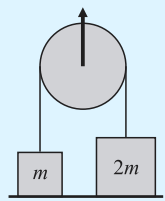
Podaj i krótko uzasadnij odpowiedź.

#### ZADANIE 1

Dwie masy  $m$  i  $2m$  połączono nieważką i nierozciągliwą nicią przetrzuconą przez nieważki bloczek, jak na rysunku. Jaką siłę należy przyłożyć pionowo do bloczka, żeby oderwać masę  $2m$  od podłoża?

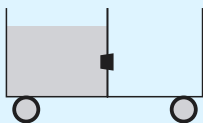
#### ROZWIĄZANIE

Siły naciągu nici po obu stronach bloczka są równe i wynoszą  $N = F/2$  gdzie  $F$  jest siłą przyłożoną do bloczka. Aby oderwać masę  $2m$ , musi zachodzić  $N > 2mg$ , zatem  $F > 4mg$ .



#### ZADANIE 2

Na mogącym poruszać się bez tarcia wózku umieszczono akwarium przedzielone pionową przegrodą z zatkanym otworem. Jedną z części akwarium wypełniono wodą. Co stanie się z wózkiem zaraz po usunięciu korka zatykającego otwór w przegrodzie oraz po ustaleniu się poziomów wody?



#### ROZWIĄZANIE

Tuż po usunięciu korka – wózek zacznie się poruszać w lewo, a po ustaleniu poziomów wózek zatrzyma się. Zarówno w czasie ruchu, jak i po zatrzymaniu wózka środek masy nie będzie się przesuwiał na boki.

#### ZADANIE 3

W pobliżu stacji transformatorowej słychać buczenie. Jaka jest częstotliwość tego dźwięku?

#### ROZWIĄZANIE

Prąd zmienny o częstotliwości 50 Hz płynący w przewodach elektrycznych wytwarza na zewnątrz silne, zmienne pole magnetyczne, które wpływa na blaszane elementy transformatora, poruszając je. Blaszki wprawiane są zatem w drgania, uderzając o siebie z częstotliwością 100 Hz i wywołując dźwięk o takiej właśnie częstotliwości.

#### ZADANIE 4

Robert Korzeniowski ma do przejścia pewien dystans. Idąc przez cały czas na granicy biegu, może go przebyć w czasie  $T$ . Gdyby złośliwa Baba Jaga zmniejszyła Roberta Korzeniowskiego stukrotnie i to samo uczyniła z dystansem, który ma on do pokonania, to jaki czas uzyskałby mini-Korzeniowski idąc znowu na granicy biegu? Dla uproszczenia przyjmij, że chód odbywa się na wyprostowanych nogach.

#### ROZWIĄZANIE

Chód na granicy biegu oznacza, że przyspieszenie odśrodkowe w ruchu środka masy na wyprostowanej nodze równe jest przyspieszeniu grawitacyjnemu  $g$ . Jeśli przyjąć, że środek masy piechura znajduje się na pewnej wysokości  $h$ , to maksymalna prędkość chodu  $v$  wynosi:  $v = \sqrt{gh}$ . Jeśli zmniejszyć stukrotnie rozmiary chodźiarza, to prędkość maksymalna zmaleje dziesięciokrotnie. Oznacza to, że czas  $T'$  potrzebny na pokonanie stukrotnie mniejszego dystansu wynosi  $T' = T/10$ .

#### ZADANIE 5

Kierowca autobusu gwałtownie zahamował, co spowodowało, że wszyscy pasażerowie pochylili się do przodu. A co stało się z zielonym, wypełnionym helem balonikiem, który dziewczynka trzymała na sznurku?

#### ROZWIĄZANIE

Ponieważ powietrze w autobusie także przesunęło się do przodu, to balonik odchylił się do tyłu.

#### ZADANIE 6

Ciało rozpadło się w taki sposób, że powstałe części zaczęły swobodnie spadać z początkowymi (niepionowymi) prędkościami  $+V_0$  i  $-V_0$ . Po jakim czasie prędkości ciał staną się prostopadłe?

#### ROZWIĄZANIE

Prędkości części zależą od czasu w następujący sposób:  $\mathbf{V}(t) = \pm V_0 + \mathbf{g}t$ , gdzie  $\mathbf{g}$  jest wektorem przyspieszenia ziemskiego. Nakładając warunek, by iloczyn skalarny obu prędkości wynosił zero, dostajemy  $t = |V_0|/g$ .

**ZADANIE 7**

Źródło światła porusza się względem obserwatora z relatywistyczną prędkością. Jaki warunek spełnia wektor prędkości źródła, skoro obserwator nie stwierdza zmiany częstotliwości światła związanej z efektem Dopplera?

**ROZWIĄZANIE**

Ze wzoru na dopplerowską zmianę częstotliwości

$$\text{światła: } \nu' = \nu \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + v_r/c} \text{ oraz z warunku } \nu' = \nu$$

dostajemy równanie na prędkość źródła, którego rozwiązaniem jest związek pomiędzy radialną  $v_r$  i kątową  $v_t$  współrzędną prędkości:

$$v_t = \sqrt{-2v_r(c + v_r)}.$$

**ZADANIE 8**

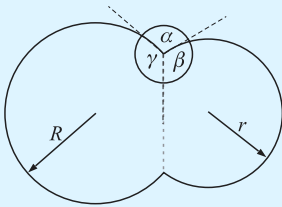
W zawodach w przeciąganiu liny obie drużyny ciągnęły nieważką linę z jednakowymi siłami  $F$ . Następnie linę przywiązano do drzewa, a drugi koniec ciągnięty był z siłą  $F$ . W którym przypadku ryzyko pęknięcia było większe?

**ROZWIĄZANIE**

Z III prawa Newtona dostajemy, że naprężenia w obu przypadkach są równe.

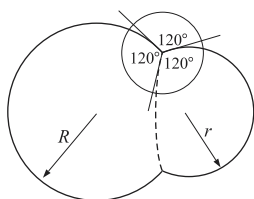
**ZADANIE 9**

Bańka mydlana złożona jest z dwóch części oddzielonych błoną. Naszkicuj błonkę rozdzielającą bańki i wyznacz kąty  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$ , przyjmując  $R = \sqrt{2}r$ .



**ROZWIĄZANIE**

Błonka rozdzielająca będzie mieć kształt jak na rysunku poniżej. Jednakowe co do wartości siły napięcia powierzchniowego błonek mogą dać w sumie zero tylko wtedy, gdy wszystkie kąty są równe  $120^\circ$ .



**ZADANIE 10**

Udowodnij, że proces anihilacji pary proton–antyproton z emisją pojedynczego fotonu nie jest możliwy.

**ROZWIĄZANIE**

W układzie środka masy pary proton–antyproton pęd układu jest równy zero. Po anihilacji pęd fotonu musiałby również być równy zero, co jest niemożliwe.

**ZADANIE 11**

W słoneczny dzień można łatwo rozpałcić ogień za pomocą soczewki. Jaka jest największa temperatura, którą można by teoretycznie uzyskać, skupiając światło za pomocą soczewki?

**ROZWIĄZANIE**

Promienie słoneczne ogrzewają ciało umieszczone w ognisku soczewki, ale i samo to ciało wysyła promieniowanie – zwłaszcza, gdy ogrzeje się do wysokiej temperatury. Wymiana energii tą drogą podlega ograniczeniom wynikającym z zasad termodynamiki, podobnie jak „zwykły” przepływ ciepła, wynikający z bezpośredniego zetknięcia ciał. Dlatego żadnego ciała nie można tą metodą ogrzać do temperatury wyższej od temperatury powierzchni Słońca (ok. 6000 K). Gdyby osiągnięto temperaturę wyższą, ciało zaczęłoby wysyłać z powrotem więcej energii, niż otrzymuje, a więc oziębiłoby się. W praktyce maksymalna możliwa do osiągnięcia temperatura jest znacznie niższa od podanej wartości 6000 K ze względu na inne drogi odpływu energii – wysyłanie promieniowania w kierunkach innych niż soczewka, odpływ ciepła do otaczającego powietrza itd.

**ZADANIE 12**

Jacek porusza się względem spoczywającego Placka z prędkością  $v = 0,8c$ . Z jaką prędkością porusza się Wacek, jeśli wiadomo, że Jacek i Placek oddalają się od niego z takimi samymi co do wartości, lecz przeciwnie skierowanymi prędkościami?

**ROZWIĄZANIE**

W układzie poruszającym się względem Placka z prędkością  $V$  prędkość Jacka wynosi

$$v' = \frac{v - V}{1 - vV/c^2}.$$

Żądanie, by  $v' = V$ , prowadzi do równania kwadratowego o rozwiązaniach

$$V = \frac{c^2}{v} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right).$$

Ze względu na warunek  $V < c$  wybieramy rozwiązanie z ujemnym znakiem. Po wstawieniu wartości liczbowej dostajemy  $V = 0,5c$ .

**ZADANIE 13**

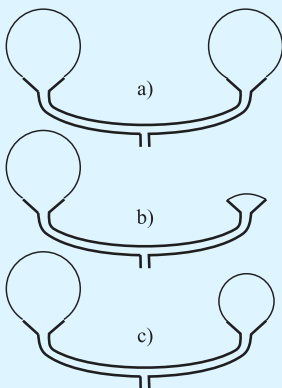
Jegomość w przeciwdeszczowym kapturze idzie przez padający pionowo deszcz. Z jaką prędkością powinien się on poruszać, by zmoknąć jak najmniej podczas pokonywania określonej drogi? Czy powinien poruszać się powoli, czy raczej biec? Pomiń wodę padającą na głowę. Uwzględnij jedynie deszcz padający na jegomościa z przodu.

**ROZWIĄZANIE**

Masa wody pochłonięta przez jegomościa wynosi  $m = \rho Sd$ , gdzie  $\rho$  jest gęstością wody w powietrzu,  $S$  polem powierzchni przedniej części ciała zrzutowanej na płaszczyznę prostopadłą do kierunku ruchu, a  $d$  odległością do przejścia. Jak widać, ilość pochłoniętej wody deszczowej nie zależy od sposobu poruszania się.

**ZADANIE 14**

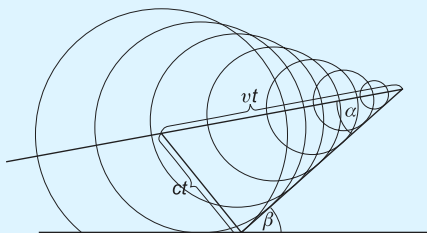
Na końcach rozwidlonej rurki o przekroju wylotów w kształcie okręgu znajdują się błonki mydlane. Jaki kształt przybiorą powstałe bańki.


**ROZWIĄZANIE**

Prawidłowa jest odpowiedź b). Błonki na końcach rurki będą miały tę samą krzywiznę i będą uzupełniać się do pełnej sfery.

**ZADANIE 15**

Samolot lecący po linii prostej z prędkością dwóch machów przeleciał dokładnie nad obserwatorem stojącym na ziemi. Obserwator usłyszał



samolot dopiero wtedy, gdy widział go pod kątem  $\beta = 40^\circ$  nad horyzontem. Pod jakim kątem do poziomu leciał samolot?

**ROZWIĄZANIE**

Z rysunku dostajemy  $\sin \alpha = \frac{c}{v} = \frac{1}{2}$ .

Zatem  $\alpha = 30^\circ$ , a nachylenie toru samolotu do poziomu wynosi  $10^\circ$ .

**Część II**  
**ZADANIA TEORETYCZNE**
**ZADANIE T1**

Układ optyczny składa się z dwóch cienkich, płaskowklęsłych soczewek szklanych, między którymi znajduje się woda – rysunek. W powietrzu ogniskowa układu wynosi  $f_1$ , a w wodzie jest ona równa  $f_2$ . Czy na podstawie tych danych można obliczyć współczynnik załamania światła w wodzie lub szkłe względem powietrza? Jeśli tak, to podaj odpowiednie wyrażenia.


**ROZWIĄZANIE**

Oznaczmy wewnętrzne promienie krzywizny soczewek przez  $R_1$  i  $R_2$ . W powietrzu układ można uznać za zestaw blisko położonych trzech soczewek, których zdolności skupiające dodajemy:

$$\frac{1}{f_1} = (n_s - 1) \left( -\frac{1}{R_1} \right) + (n_w - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + (n_s - 1) \left( -\frac{1}{R_2} \right) = (n_w - n_s) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

gdzie  $n_s$  i  $n_w$  są współczynnikami załamania światła w szkłe i wodzie. W wodzie natomiast mamy układ dwóch soczewek:

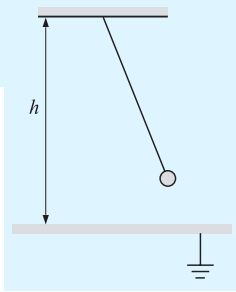
$$\frac{1}{f_2} = \left( \frac{n_s}{n_w} - 1 \right) \left( -\frac{1}{R_1} \right) + \left( \frac{n_s}{n_w} - 1 \right) \left( -\frac{1}{R_2} \right) = \frac{n_w - n_s}{n_w} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Jak widać, możemy obliczyć stąd współczynnik załamania wody  $n_w = \frac{f_2}{f_1}$ . Aby otrzymać współczynnik załamania szkła względem powietrza, potrzebna byłaby dodatkowo znajomość sumy  $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ .

**ZADANIE T2**

W odległości  $h$  od nieskończonej, przewodzącej i uziemionej płaszczyzny zaczepiono wahadło matematyczne z kulka o pewnej masie i ładunku elektrycznym. Dla jakiej długości wahadła okres

wahań będzie największy? Pomiń wpływ pola grawitacyjnego.



**ROZWIĄZANIE**

Stosując metodę obrazów, dostajemy, że siła przyciągania płaszczyzny i ładunku  $q$  na wysokości  $d$  nad nią wynosi

$$F = \frac{kq^2}{4d^2}, \text{ gdzie } k \text{ jest}$$

stałą Coulomba. Znając siłę, możemy napisać równanie ruchu wahadła o długości  $l$ :

$$ml^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{kq^2}{4d^2} l \sin \alpha = -\frac{kq^2 l \sin \alpha}{4(h-l \cos \alpha)^2},$$

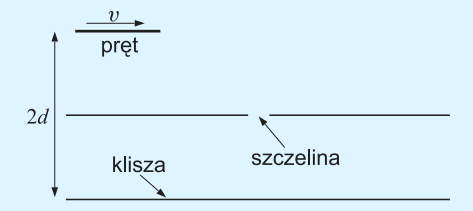
gdzie  $m$  – masa kulki. Dla małych drgań ( $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ ) otrzymujemy okres drgań wahadła

$$T = \frac{4\pi}{q} \sqrt{\frac{ml}{k}} (h-l).$$

Jest on maksymalny dla  $l = \frac{h}{3}$ .

**ZADANIE T3**

Pręt o długości spoczynkowej  $l = 1$  m porusza się z relatywistyczną prędkością  $v = 0,9c$  ( $c$  – prędkość światła) wzdłuż swojej osi, w odległości  $2d = 2$  m od nieruchomej kliszy fotograficznej (rysunek). W połowie odległości między prętem a kliszą znajduje się przesłona z wąską szczeliną, która otwiera się na bardzo krótko w chwilach  $t_1 = -1$  s i  $t_2 = 1$  s. Jakie będą długości pręta zarejestrowane na kliszy na kolejnych zdjęciach? Przyjmij, że w chwili  $t = 0$  tylny koniec pręta znajdował się dokładnie nad przesłoną.



**ROZWIĄZANIE**

Wprowadźmy oś  $x$  wzdłuż pręta z początkiem nad szczeliną i oznaczmy końce pręta przez A i B. Z zadania wynika, że poruszają się one zgodnie z równaniami

$$x_A = vt, \quad x_B = vt + \frac{l}{\gamma}.$$

Tu i dalej używamy zwyczajowych oznaczeń

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Światło, które od punktu A dotarło do szczeliny w chwili  $t$ , zostało wyemitowane przez punkt A w położeniu  $x_A$  spełniającym układ równań:

$$\begin{cases} x_A = vt_e \\ c(t - t_e) = \sqrt{x_A^2 + d^2} \end{cases}$$

gdzie  $t_e$  jest chwilą emisji światła. Po wyeliminowaniu  $t_e$  dostajemy równanie kwadratowe:

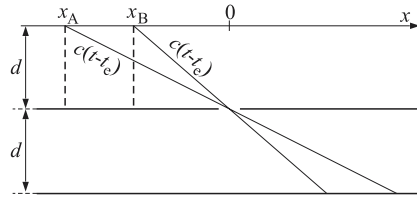
$$\frac{1}{\gamma^2} x_A^2 - 2vt x_A + \beta^2 (c^2 t^2 - d^2) = 0,$$

skąd (uwzględniając  $x_A < vt$ ) dostajemy:

$$x_A = \gamma^2 \left[ vt - \beta \sqrt{v^2 t^2 + \frac{d^2}{\gamma^2}} \right].$$

W analogiczny sposób wyznaczamy położenie  $x_B$ , z którego koniec B wyemitował światło docierające do szczeliny w chwili  $t$ :

$$x_B = \gamma^2 \left[ v \left( t + \frac{l}{\gamma v} \right) - \beta \sqrt{v^2 \left( t + \frac{l}{\gamma v} \right)^2 + \frac{d^2}{\gamma^2}} \right].$$



Sfotografowana długość pręta  $l' = x_B - x_A$  wynosi

$$l' = \gamma l - \gamma^2 \beta \left[ \sqrt{v^2 \left( t + \frac{l}{\gamma v} \right)^2 + \frac{d^2}{\gamma^2}} - \sqrt{v^2 t^2 + \frac{d^2}{\gamma^2}} \right],$$

co z uwagi na  $vt \gg l$  możemy uprościć do:

$$l' \approx \gamma l \left( 1 - \beta \frac{t}{|t|} \right).$$

Po wstawieniu danych liczbowych dostajemy  $l'_1 \approx 4,36$  m i  $l'_2 \approx 0,23$  m, podczas gdy długość pręta w układzie związanym z kliszą wynosi  $\frac{l}{\gamma} \approx 0,44$  m.

**ZADANIA DOŚWIADCZALNE**

**ZADANIE D1**

Masz do dyspozycji

- kamerton, z pudłem rezonansowym, o częstotliwości 440 Hz lub zbliżonej,

- cztery obciążniki o równych masach, które można sztywno zamocować do ramion kamertonu,
- mikrofon,
- oscyloskop,
- stoper.

■ 1. Wyznacz czas połowicznego zaniku amplitudy drgań kamertonu.

■ 2. Zmierz czasy połowicznego zaniku amplitudy drgań po zamocowaniu do jednego z ramion kamertonu  $l$ , a do drugiego  $p$  obciążników, gdzie  $(l, p) = (1, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (4, 0)$ . Obciążniki należy mocować w równej odległości od końców ramion kamertonu.

■ 3. Przedyskutuj zauważone prawidłowości.

**Uwaga!**

a) Do pomiarów wybierz kamerton o jak najdłuższym czasie zaniku drgań.

b) Jako obciążników możesz użyć np. spinaczy biurowych lub kawałków drutu miedzianego o masie zbliżonej do 0,5 g każdy.

c) Zamiast zwykłego oscyloskopu możesz użyć komputera z zainstalowaną kartą dźwiękową i odpowiednim programem. Możesz, na przykład, wykorzystać program Winscope, dostępny na stronie Olimpiady Fizycznej: <http://www.kgof.edu.pl/of53/winscope/> lub program *Oscyloskop*, dostępny na płycie CD dołączonej do podręcznika: J. Blinowski, W. Zielicz, *Fizyka z astronomią. Kształcenie w zakresie rozszerzonym*, tom I, WSiP, Warszawa 2002 (i 2003, II wydanie).

**ROZWIĄZANIE**

Dysponując mikrofonem oraz oscyloskopem lub komputerem z odpowiednim oprogramowaniem, można rejestrować zmiany amplitudy sygnałów akustycznych, o których mowa w zadaniu. Umieszczając mikrofon w pobliżu pobudzonego do drgań kamertonu, należy mierzyć czas, po jakim amplituda emitowanego przez kamerton dźwięku zmniejszy się do połowy.

**Opis pomiarów**

Wykonując pomiary należy odpowiednio dobrać odległość kamertonu od mikrofonu oraz poziom wzmocnienia w taki sposób, aby uniknąć nasycenia sygnału na ekranie oscyloskopu (komputera). Po wzbudzeniu kamertonu odczekujemy aż amplituda osiągnie pewną wartość  $A_0$  i dopiero wtedy włączamy stoper. Wyłączamy go w chwili, gdy amplituda osiągnie wartość  $A_0/2$ . Powtarzamy pomiar kilka razy. Następnie wyznaczamy wartość średnią czasu połowicznego zaniku  $T_{1/2}$  i jego niepewność pomiarową  $\delta T_{1/2}$ .

Przykładowo, dla nieobciążonego kamertonu uzyskano wartości {5,9 s; 6,3 s; 5,6 s; 5,8 s; 5,9 s}, co daje wartość średnią  $T_{1/2} = 5,9$  s z niepewnością

Tabela. Średnie wartości czasu połowicznego zaniku drgań kamertonu w sekundach.

	$p = 0$	$p = 1$	$p = 2$
$l = 0$	$5,9 \pm 0,1$		
$l = 1$	$4,6 \pm 0,2$	$5,6 \pm 0,3$	
$l = 2$	$3,5 \pm 0,2$	$4,3 \pm 0,2$	$5,6 \pm 0,3$
$l = 3$	$2,7 \pm 0,2$	$3,6 \pm 0,2$	
$l = 4$	$2,4 \pm 0,2$		

$\delta T_{1/2} = 0,1$  s. Przykładowe wyniki pomiarów dla różnych wartości  $l$  i konfiguracji obciążeń ramion kamertonu zebrano w tabeli.

Otrzymane wyniki sugerują, że symetryczne obciążenie kamertonu zmienia czas połowicznego zaniku w znacznie mniejszym stopniu niż obciążenie niesymetryczne. Konfiguracje, dla których obciążenie ramion jest symetryczne tzn.:  $(0, 0), (1, 1), (2, 2)$  wykazują zbliżone czasy zaniku (5,6–5,9 s), pomimo, że odpowiada to różnym masom obciążenia. Natomiast konfiguracje o identycznych masach obciążenia, ale niesymetrycznych obciążeniach, np. grupa  $(2, 0)$  i  $(1, 1), (3, 0)$  i  $(2, 1)$  lub grupa  $(4, 0), (3, 1), (2, 2)$ , wykazują różne czasy zaniku.

Asymetryczne obciążenie powoduje powstawanie w kamertonie drgań, które nie mają węzła w miejscu jego mocowania do podstawy. Wywołuje to szybszy przekaz energii do pudła rezonansowego, a zatem szybszy zanik drgań podstawowych kamertonu. W przypadku, gdy pomiary wykonywane są przy użyciu programu komputerowego umożliwiającego obserwację widma częstotliwości drgań, można zauważyć, że przy niesymetrycznym obciążeniu kamertonu pojawiają się niezerowe amplitudy drgań o częstotliwościach bliskich zeru. Jest to bezpośredni dowód na to, że oprócz częstotliwości własnej pojawiają się w kamertonie drgania o innej częstotliwości. Uzyskanie czytelnej zależności od obciążenia kamertonu wymaga takiego dobrania masy obciążników, aby zmiany czasu zaniku dla obciążeń niesymetrycznych nie były zbyt duże. Bardzo ważne jest sztywne przymocowanie obciążników do ramion kamertonu. W przypadku, gdy są one „luźne”, straty energii mogą być na tyle duże, że drgania zanikać będą bardzo szybko i efekty związane z symetrią obciążenia zostaną zamaskowane.

**ZADANIE D2**

Przyrządź galaretkę, rozpuszczając 2 łyżeczki żelatyny w 1/2 szklanki wrzątku.

Masz do dyspozycji:

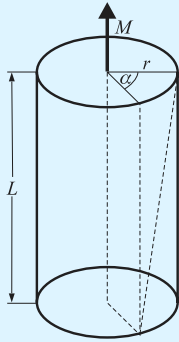
- stężalą galaretkę,
- płaską wąską linijkę,
- nóż,
- stoper.

Wyznacz moduł sztywności galaretki w temperaturze pokojowej.

**Uwaga!**

a) Możesz przyjąć, że gęstość galaretki wynosi  $1 \text{ g/cm}^3$ .

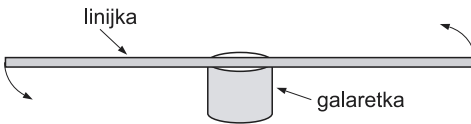
b) W przypadku idealnie sprężystych odkształceń jednorodnego walca o długości  $L$  i promieniu  $r$ , którego dolna podstawa jest unieruchomiona, a górna skręcona jest o kąt  $\alpha$  pod wpływem momentu siły  $M$  (patrz rysunek), obowiązuje związek:  $M = \frac{\pi G r^4}{2L} \alpha$ , gdzie  $G$  – moduł sztywności materiału z jakiego wykonany jest walec.



**ROZWIĄZANIE**

**Część teoretyczna**

Moduł sztywności galaretki można wyznaczyć, badając częstotliwość drgań skrętnych układu utworzonego z linijki umieszczonej na walcu wykrojonym z galaretki.



Zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona spełnione jest równanie:

$$(I + \gamma I_g) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -M, \quad (1)$$

gdzie  $M$  – wartość momentu sił działających na linijkę,  $I$  – moment bezwładności linijki,  $I_g$  – moment bezwładności walca z galaretki,  $\gamma I_g$  – efektywny moment bezwładności walca z galaretki.

Konieczność wprowadzenia w równaniu (1) efektywnego momentu bezwładności walca wynika z tego, że jego podstawa jest zamocowana. Ponieważ wkład do energii kinetycznej „plasterka” walca maleje wraz ze zbliżaniem się „plasterka” do unieruchomionej podstawy, to moment bezwładności walca zamocowanego z jednej strony jest mniejszy niż moment bezwładności walca obracającego się swobodnie. Dlatego  $\gamma < 1$ . Jak się okaże w części doświadczalnej, wpływ momentu bezwładności walca z galaretki na uzyskane wyniki można pominąć i znajomość dokładnej wartości współczynnika  $\gamma$  nie jest konieczna.

Podstawiając za moment siły  $M$  wyrażenie podane we wskazówce, z równania (1) dostajemy okres drgań układu:

$$T = \sqrt{\frac{8\pi L(I + \gamma I_g)}{G r^4}}. \quad (2)$$

Biorąc pod uwagę, że linijka jest długa i wąska, jej moment bezwładności można obliczyć, korzystając ze wzoru na moment bezwładności cienkiego pręta:

$$I = \frac{1}{12} m l^2, \quad (3)$$

gdzie  $m$  i  $l$  oznaczają odpowiednio masę i długość linijki.

Moment bezwładności walca wynosi

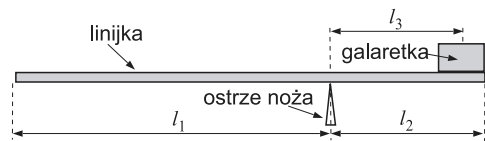
$$I_g = \frac{1}{2} m_G r^2, \quad (4)$$

gdzie  $m_G$  oraz  $r$  – odpowiednio masa i promień walca z galaretki.

Po podstawieniu związków (3) i (4) do wzoru (2) otrzymujemy wyrażenie wiążące moduł sztywności  $G$  galaretki z okresem drgań układu:

$$G = \frac{2\pi L}{3r^4 T^2} (m l^2 + 6\gamma m_G r^2). \quad (5)$$

Zatem, znając okres  $T$  drgań skrętnych linijki umieszczonej na walcu, wymiary i masę walca z galaretki oraz długość  $l$  i masę linijki  $m$ , można wyznaczyć moduł sztywności galaretki. Wymiary walca można zmierzyć linijką, zaś masę linijki można wyznaczyć, konstruując wagę. Na jednym z końców linijki podpartej na ostrzu noża można umieścić prostopadłościenną kostkę z galaretki. Przesuwając punkt podparcia linijki, znajdziemy położenie równowagi układu.



W warunkach równowagi

$$\eta l_1 \frac{l_1}{2} = \eta l_2 \frac{l_2}{2} + m_G l_3, \quad (5)$$

gdzie  $\eta$  – gęstość liniowa linijki. Po przekształceniu związku (5) dostajemy

$$\eta = \frac{2m_G l_3}{l_1 - l_2}, \quad (6)$$

skąd masa linijki

$$m = \eta(l_1 + l_2) = \frac{2m_G l_3}{l_1 - l_2}. \quad (7)$$



### Część doświadczalna

Z galaretki wycięto nożem walec o wysokości  $L = (3,0 \pm 0,1)$  cm i promieniu  $r = (1,0 \pm 0,1)$  cm. Następnie wykonano kilka pomiarów okresu drgań skrętnych linijki umieszczonej na tym walcu. Na ich podstawie wyznaczono wartość średnią i niepewność pomiarową okresu drgań  $T = (2,1 \pm 0,2)$  s.

Do wyznaczenia masy linijki użyto kostki galaretki o wymiarach  $2,5 \times 2 \times 2$  cm (określonych z dokładnością 0,1 cm). Przyjmując, że gęstość galaretki wynosi  $1 \text{ g/cm}^3$ , obliczono  $m_G = (10,0 \pm 1,4)$  g. Po umieszczeniu kostki galaretki na końcu linijki podpartej na ostrzu noża uzyskano równowagę układu dla odległości  $l_1 = (29,0 \pm 0,2)$  cm,  $l_2 = (16,0 \pm 0,2)$  cm,  $l_3 = (15,0 \pm 0,2)$  cm (rys. 13). Po podstawieniu danych doświadczalnych do wzoru (7) otrzymano masę linijki  $m = (23 \pm 5)$  g.

Moment bezwładności walca  $I_g = (4,5 \pm 1,0)$  g · cm<sup>2</sup> wyznaczono na podstawie jego wymiarów. Ponieważ jest on znacznie mniejszy od momentu bezwładności linijki,  $I = (3,9 \pm 0,9)$  10<sup>3</sup> g · cm<sup>2</sup>, to można go pominąć w dalszych obliczeniach.

Po podstawieniu danych doświadczalnych do wzoru (5) uzyskujemy moduł sztywności galaretki  $G = (7 \pm 4)$  10<sup>3</sup> N/m<sup>2</sup>. Duża niepewność pomiarowa wynika głównie z niedokładności określenia wymiarów brył wycinanych z galaretki, a w szczególności promienia  $r$  walca z galaretki. Można ją zmniejszyć, przygotowując walec z galaretki w naczyniu o gładkich ściankach. Należy wziąć również pod uwagę to, że własności sprężyste galaretki zmieniają się z upływem czasu i zależą od tego, w jakiej temperaturze jest ona przechowywana.

### ZADANIE D3

Rozważmy sprężyste odkształcenie gumki o długości  $c$  i prostokątnym przekroju poprzecznym o wymiarach  $a \times b$ . Jeśli na gumkę działać będzie siła rozciągająca wzdłuż  $c$ , to zmianie ulegnie nie tylko jej wymiar  $c$  o  $\delta c$ , ale także jej wymiary poprzeczne  $a$  i  $b$ , odpowiednio o  $\delta a$  i  $\delta b$ . Zakładamy, że dla małych odkształceń gumy zachodzą następujące związki:

$$\frac{\delta a}{a} = \frac{\delta b}{b} = -\sigma \frac{\delta c}{c},$$

gdzie  $\sigma$  – bezwymiarowa stała.

Mając do dyspozycji:

- długie kawałki gumy o prostokątnym przekroju poprzecznym o wymiarach co najmniej  $1 \times 3$  mm,
- statyw,
- kilka ciężarków (np. z zestawu odważników do szkolnej wagi laboratoryjnej),
- kawałek sznurka lub drutu umożliwiającego zawieszenie ciężarków na gumie,
- linijkę,
- suwmiarkę,

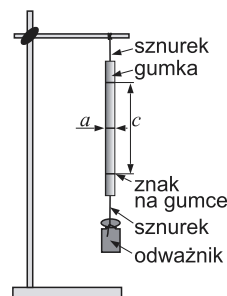
wyznacz stałą  $\sigma$  dla gumy. (Dla ciał izotropowych stała  $\sigma$  – nazywana jest współczynnikiem Poissona i wraz z modułem Younga w pełni określa własności sprężyste materiału.)

#### Uwaga!

Do doświadczenia możesz użyć gumy modelarskiej lub gumek dostępnych na stoiskach z artykułami gospodarstwa domowego.

### ROZWIĄZANIE

Z treści zadania wynika, że aby wyznaczyć wartość stałej Poissona dla gumy, należy zmierzyć zmianę wymiarów poprzecznych gumki ( $\delta a$  i  $\delta b$ ) towarzyszącą jej wydłużeniu o  $\delta c$ . Pomiary można przeprowadzić w układzie przedstawionym schematycznie na rysunku.



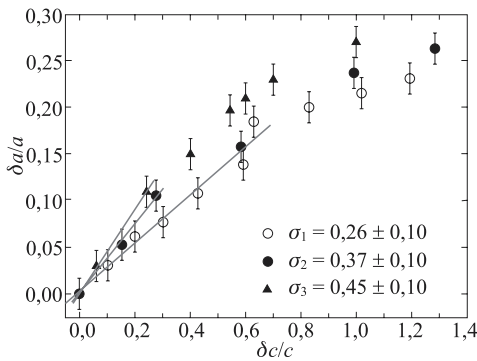
### Wykonanie doświadczenia

W doświadczeniu wykonanym przez recenzenta użyto kilku gumek o wymiarach przekroju poprzecznego  $3,2 \times 1,2$  mm i długości 10–15 cm, zakupionych w sklepie z artykułami gospodarstwa domowego. Gumki te różniły się kolorem i datą produkcji. Każdą gumkę mocowano sznurkiem do statywu, a na jej końcu wiązano sznurek, na którym zawieszano niewielki obciążnik, aby się wyprostowała. W pewnej odległości od końców gumki zaznaczono obszar przeznaczony do badań, w którym nie było zniekształceń wywołanych mocowaniem. Używając odpowiednio suwmiarki i linijki, notowano początkową długość badanego obszaru gumki  $c_0$  oraz szerokość początkową gumki  $a_0$ . Dla uzyskania większej dokładności do pomiarów wybierano większy z wymiarów poprzecznych gumki. Przywiązuje się do gumki kolejne obciążniki, mierzą długość wybranego do badań obszaru gumki oraz szerokości gumki w wybranym miejscu, w środkowej jej części (rysunek). Zwracano uwagę, aby gumka nie była ściskana szczękami suwmiarki.

### Opracowanie danych

Obliczamy wartości względne zmian szerokości i długości gumki:  $\delta a/a_0 = (a - a_0)/a_0$ ,  $\delta c/c_0 = (c - c_0)/c_0$ . Przykładowe wyniki pomiarów dla różnych gumek przedstawiono na wykresie.

Z wykresu wynika, że własności sprężyste gumek różnią się znacznie. Ponadto widać, że dla względnych zmian długości  $\Delta c/c_0 > 0,5$ , zmiany szerokości



$\Delta a/a$  gumki stają się nieliniowe. Dopasowanie prostych do danych doświadczalnych dla niewielkich wydłużeń daje, dla różnych gumek, wartość współczynnika Poissona w zakresie od 0,2 do 0,5. Rozrzut uzyskanych wartości wynika z różnic w składzie (jednorodność, barwniki) oraz wieku gumek użytych do doświadczeń. Błędy pojedynczych punktów pomiarowych wynikają głównie z niedokładności pomiaru zmian szerokości gumki.

**Autorzy:**

zadania teoretyczne – mgr Andrzej Dragan;  
 zadania doświadczalne – dr Andrzej Wysmołek.  
 Obaj z KGOF i Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego.

**TURNIEJ ZADANIOWY**

# Zostań Mistrzem! *Seria 54*

Do konkursu można przystąpić w dowolnym momencie. W konkursie mogą uczestniczyć wszyscy lubiący fizykę, a nie tylko nauczyciele czy uczniowie. Zadania są oceniane w skali 6-punktowej (od zera do 5 punktów). Po zgromadzeniu 100 punktów zawodnik otrzymuje tytuł **Mistrza**. Trzykrotny Mistrz otrzymuje tytuł **Eksperta**. Rozwiązania zadań należy przysyłać na adres Redakcji z dopiskiem **Zostań Mistrzem** do dnia 30 czerwca br. Po zdobyciu 100 punktów zawodnikowi odejmuje się te 100 punktów z jego „konta”, a nadwyżkę zalicza na poczet nowej rundy. Zawodnicy, którzy nie przysłali żadnego rozwiązania przez rok są wykreślani z naszego rejestru.

Każde zadanie powinno być rozwiązane na oddzielnym arkuszu papieru i podpisane imieniem i nazwiskiem uczestnika wraz z dokładnym jego adresem domowym.

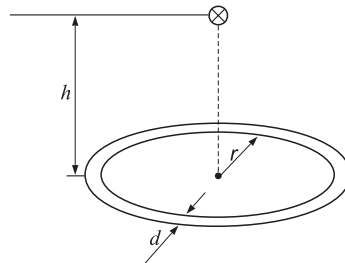
Bardzo prosimy, by rozwiązania były pisane przejrzysto i czytelnie i by nie powoływać się na związki, wzory, czy też prawa, których nie ma wprost w podręczniku szkolnym dla liceów. Rozwiązania nie spełniające tych warunków będą dyskwalifikowane.

**Pięćdziesiąta czwarta seria zadań**

**Zadanie 54A**

Dany jest płaski, poziomy pierścień o promieniu  $r$  i szerokości  $d$  ( $d \ll r$ ). Na jakiej wysokości  $h$  nad środkiem pierścienia (jak na rysunku) należy umie-

ścić punktowe, izotropowe źródło światła, aby oświetlenie powierzchni pierścienia było jak największe?



**Zadanie 54B**

Niewielka kostka o masie  $m = 100$  g spoczywa na szorstkiej płaszczyźnie nachylonej pod kątem  $\alpha = 30^\circ$  do poziomu (jak na rysunku). Współczynnik tarcia kostki o płaszczyznę wynosi  $k = 0,8$ . Określ minimalną wartość poziomej siły  $F$  (równoległej do nachylonej płaszczyzny), z którą należy pchać kostkę, aby zaczęła się poruszać.

