L OLIMPIADA FIZYCZNA (2000/2001). Etap II, zadanie 2, teoretyczne - T2.

Źródło: 50 lat olimpiad fizycznych.Wybrane zadania z rozwiązaniami

Autor: pod red. Janiszewski P. Mostowski J. PWN, Warszawa 2002

Nazwa zadania: Energia stanu podstawowego atomu helu

Działy: Fizyka atomowa

Słowa kluczowe: Energia stanu,atom wodoru, moment pędu,orbita kołowa

---

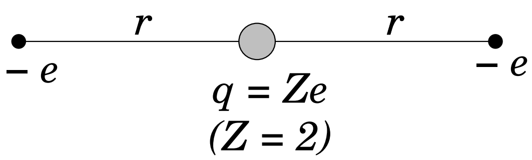
Zadanie teoretyczne - T2, zawody II stopnia, L OF (2000/2001)

Niels Bohr uzyskał poprawne wartości energii stanów atomu wodoru, rozważając ruch elektronu po orbicie kołowej przy dodatkowym warunku kwantowania momentu pędu. Założył on, że moment pędu może przyjmować tylko wartości opisane wzorem:

$$m_e r^2 \omega = n \frac{h}{2\pi} ,$$

gdzie n jest liczbą naturalną, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$ — masą elektronu, r — promieniem orbity, ω — częstością kołową ruchu orbitalnego, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ — stałą Plancka. Używajac metody Bohra znajd"x energię stanu podstawowego atomu helu zakładając, że dwa elektrony krażą wokół jądra helu po orbitach kołowych o tym samym promieniu, pozostając cały czas w opozycji (patrz rys.1). Porównaj Twój wynik z doświadczalnie mierzoną wartością energii stanu podstawowego atomu helu wynoszącą $E_{\mathrm{exp}} = -78,9 eV$.

Energia stanu podstawowego atomu wodoru wynosi $E_0 = -13,6 eV$, $1/(4\pi \cdot \epsilon_0) = k = 9,0 \cdot 10^9$ $N \cdot m^2/C^2$, ładunek elementarny jest równy $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$.



rys.1

Rozwiązanie

Ruch każdego z elektronów charakteryzują dwie wielkości — promień orbity r oraz prędkość kątowa ω. Ruch każdego z elektronów odbywa się pod wpływem siły przyciągania elektrostatycznego jądra oraz odpychania drugiego elektronu. Wypadkowa tych sił jest siłą dośrodkową. A więc

$$m\omega^2 r = \frac{Z\alpha}{r^2} - \frac{\alpha}{(2r)^2} = \frac{Z_{\mathrm{eff}}\alpha}{r^2} , \tag{1}$$

gdzie

$$Z = 2 ,$$

$$Z_{\mathrm{eff}} = 2 - \frac{1}{4} ,$$

$$\alpha = e^2 k .$$

Stąd otrzymujemy związek pomiędzy prędkością kątową a promieniem orbity

$$\omega^2 = \frac{Z_{\text{eff}}\alpha}{mr^3} \ . \tag{2}$$

Warunek kwantyzacji Bohra

$$mr^2\omega = n\frac{h}{2\pi} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{3}$$

oraz wzór (2) pozwalają obliczyć promień orbity, po której krąży elektron

$$r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m Z_{\text{eff}}\alpha} \ . \tag{4}$$

Aby obliczyć energię stanu podstawowego przyjmujemy $n = 1$. Energia układu jest sumą energii kinetycznej obu elektronów, energii elektrostatycznej obu elektronów w polu jądra oraz energii ich wzajemnego odpychania

$$E = 2\left(\frac{m\omega^2r^2}{2} - \frac{Z\alpha}{r}\right) + \frac{\alpha}{2r} = 2\left(\frac{m\omega^2r^2}{2} - \frac{Z_{\text{eff}}\alpha}{r}\right) \ . \tag{5}$$

Podstawiając znalezione powyżej ω oraz r dla $n = 1$ otrzymujemy szukaną energię stanu podstawowego atomu helu

$$E_{\text{hel}} = -\frac{m(2\pi Z_{\text{eff}}\alpha)^2}{h^2} = -2Z_{\text{eff}}^2\frac{m(2\pi\alpha)^2}{2h^2} = 2Z_{\text{eff}}^2 E_0 \ , \tag{6}$$

gdzie

$$E_0 = -13,6eV \tag{7}$$

jest energią stanu podstawowego atomu wodoru. Podstawiając wartości liczbowe otrzymujemy

$$E_{\text{hel}} = -83,3eV \ . \tag{8}$$

Uzyskaliśmy dokładność lepszą niż 6 procent w stosunku do wartości zmierzonej doświadczalnie.

Uwaga: Gdybyśmy przyjęli, że oba elektrony poruszają się niezależnie, wynik byłby $E = 2Z^2E_0 = -109,6eV$.