

**XLVIII OLIMPIADA FIZYCZNA (1998/1999). Stopień I, zadanie doświadczalne – D1****Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej – A. Wysmołek; *Fizyka w Szkole* nr 3, 1999.**Autor:** Andrzej Wysmołek – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej, IFD UW.**Nazwa zadania:** Wyznaczanie gęstości liniowej struny w gitarze.**Działy:** Mechanika**Słowa kluczowe:** gęstość liniowa, siła naciągu, częstotliwość drgań, dźwięk, struna**Zadanie doświadczalne – D1, zawody I stopnia część 2, XLVIII OF.**

1. Masz do dyspozycji nastrojoną gitarę, suwmiarkę, taśmę mierniczą lub linijkę, odważniki o znanych ciężarach i nici do ich mocowania.

Wyznacz gęstość liniową dowolnej ze strun nie zdejmując jej z instrumentu.

2. Oceń poprawność zastosowanej (w pkt. 1.) metody wyznaczając gęstość liniową struny za pomocą wagi i taśmy mierniczej (po zdjęciu struny z gitary).

**Uwagi:**

a) Wartości częstotliwości drgań (podstawowych) strun w nastrojonej gitarze zebrano w tabeli.

Dźwięk	E	A	d	g	h	e <sup>1</sup>
Częstotliwość, Hz	82,41	110,00	146,83	196,00	246,94	329,63

b) Gęstość liniowa struny  $D$  jest to stosunek masy  $m$  elementu struny do jego długości  $l$ :

$$D = m/l. \quad (1)$$

c) Częstotliwość podstawowa drgań struny  $f$  wyraża się wzorem:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{D}}. \quad (2)$$

gdzie:  $F$  – siła naciągu struny,  $L$  – długość struny (odległość między punktami mocowania).

d) Zamiast stroić gitarę możesz zmierzyć częstotliwość drgań struny przy użyciu słuchawki telefonicznej (mikrofonu) i oscyloskopu lub częstościomierza.

e) Strunę możesz zważyć wykorzystując wagi dostępne w szkolnych pracowniach.

**Rozwiązanie****Część teoretyczna**

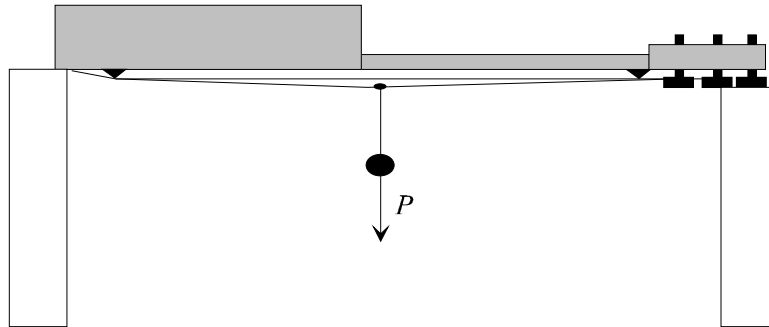
Gęstość liniową struny  $D$  można wyznaczyć znając jej długość  $L$ , siłę naciągu  $F$  oraz częstotliwość podstawową drgań  $f$ :

$$D = \frac{F}{4L^2 f^2}. \quad (3)$$

Długość struny mierzymy linijką lub taśmą mierniczą. W sytuacji gdy dysponujemy nastrojoną gitarą nie jest konieczny pomiar częstotliwości drgań struny, gdyż jej wartość dla wybranej struny można odczytać z tabeli zamieszczonej w treści zadania. Jeśli jednak nie mamy takiej możliwości pomiar częstotliwości drgań struny można wykonać posługując się mikrofonem (może to być słuchawka telefoniczna) i oscyloskopem. Sygnał z mikrofonu umieszczonego w pobliżu drgającej struny łączymy z wejściem oscyloskopu. Na ekranie oscyloskopu można obserwować sygnał sinusoidalny o malejącej amplitudzie. Wykorzystując kalibrację podstawy czasu oscyloskopu wyznaczamy okres  $T$ , a zatem i częstotliwość drgań struny  $f = 1/T$ . Głównie

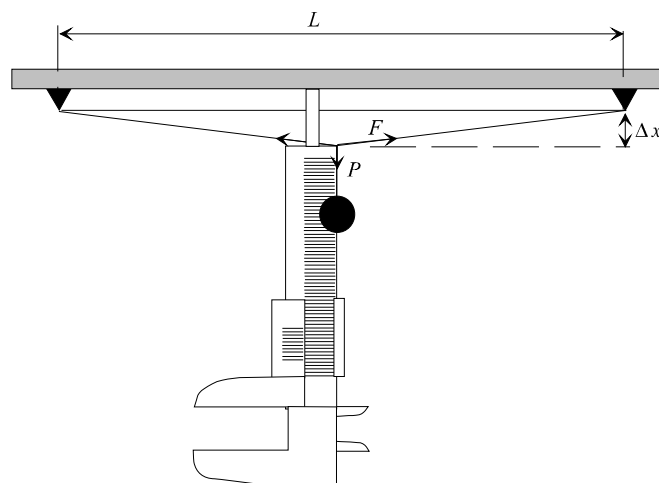
na część niepewności pomiarowej częstotliwości wynika z faktu, że w drganiach struny oprócz częstotliwości podstawowej obecne są również składowe o wyższych częstotliwościach, co powoduje, że moment wyzwania sygnału zmienia się i obraz na ekranie oscyloskopu przemieszcza się w poziomie. Pomiar wykonany przez recenzenta dla struny  $h$  dał wynik  $f = (230 \pm 20)$  Hz (struna nie była dostrojona do dźwięku  $h$ ). W przypadku gdy dysponujemy częstotlicznikiem, pomiar częstotliwości drgań rejestrowanych przez mikrofon jest jeszcze prostszy, gdyż wymaga tylko podłączenia mikrofonu do przyrządu i odczytania jego wskazania.

Główna trudność w rozwiązaniu zadania polega na wyznaczeniu siły naciągu struny  $F$ . Można to wykonać mierząc ugięcie poziomo rozciągniętej struny pod wpływem zawieszonych na niej odważników o znanych ciężarach (rys. 1).



Rys. 1

Po zawieszeniu na środku struny obciążnika o ciężarze  $P$  jej środkowa część obniży się o  $\Delta x$  (rys. 2).



Rys. 2

Przy założeniu, że odcinki obciążonej struny są prostoliniowe, składowa pionowa siły naciągu równoważy ciężar  $P$  i spełniony jest związek:

$$\frac{\Delta x}{L/2} \cong \frac{P}{2F} \quad (4)$$

co można zapisać w postaci:

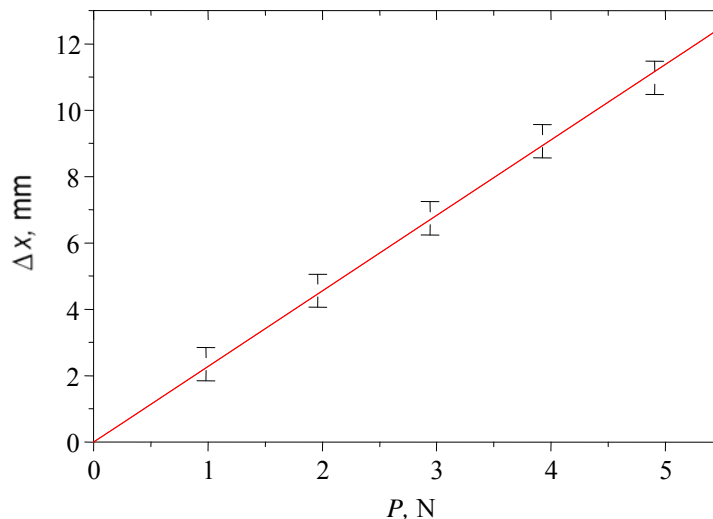
$$\Delta x \cong \frac{L}{4F} P = AP, \quad (5)$$

gdzie współczynnik proporcjonalności

$$A = \frac{L}{4F} \quad (6)$$

Jeśli dysponujemy suwmiarką z wysuwającą się listewką służącą do pomiaru głębokości otworów, ugięcie struny można zmierzyć w sposób pokazany na rys. 2. W przypadku, gdy dostępna suwmiarka nie jest wyposażona w taką listewkę, ugięcie struny można zaznaczać na kartce papieru zawieszanej na sąsiedniej strunie i następnie zmierzyć odpowiednie odległości używając suwmiarki.

Wykres zależności wychylenia struny  $\Delta x$  od obciążenia  $P$  przedstawiony jest na rys. 3.



Rys. 3

Z dopasowania prostej otrzymujemy wartość współczynnika  $A = (2,3 \pm 0,1)$  mm/N, co daje wartość siły naciągu  $F = (69 \pm 3)$  N. Przed użyciem tej wartości do wyliczenia gęstości struny, należy sprawdzić, jaki wpływ na naprężenie struny ma zawieszanie obciążników. Już sam fakt, że zależność pomiędzy odchyleniem struny  $\Delta x$  i obciążeniem  $P$  jest liniowa sugeruje, że wzrost siły naciągu spowodowany dodatkowym obciążeniem struny jest niewielki. Można go jednak oszacować (nie zdejmując struny z gitary). Maksymalne obciążenie struny odpowiadające odchyleniu  $\Delta x = 11$  mm spowodowało względną zmianę jej długości 0,0005. Należy ją porównać ze zmianą długości wywołaną wstępnym naciągiem struny. Okazało się że po „zluzowaniu” struna  $h$  skurczyła się o 11 mm, co daje względną zmianę jej długości 0,018. Wynika stąd, że zmiana siły naciągu struny wynikająca z zawieszania na niej odważników była niewielka. Po podstawieniu wartości częstotliwości podstawowej, długości struny oraz siły naciągu do wzoru (1) recenzent zadania uzyskał wynik  $D = (0,86 \pm 0,12)$  g/m. Po zdjęciu struny z gitary zmierzono jej długość oraz masę i wyznaczono gęstość liniową struny  $D_w = (0,93 \pm 0,01)$  g/m. W granicach niepewności pomiarowej obie metody dają taki sam wynik, jednak druga metoda jest znacznie dokładniejsza. Mniejsza dokładność pierwszej z nich wynika głównie z niepewności pomiarowej częstotliwości drgań struny, a w drugiej kolejności z niepewności pomiarowej siły naciągu.

### Proponowana punktacja

- |   |           |
|---|-----------|
| 1. Pomysł rozwiązania zadania (wykorzystanie wzoru, pomysł doświadczenia) | do 6 pkt. |
| 2. Pomiar naciągu struny (i ew. częstotliwości drgań struny)              | do 8 pkt. |
| 3. Analiza wpływu dodatkowego obciążenia na wartość siły naciągu          | do 2 pkt. |
| 4. Porównanie wyników zastosowanych metod pomiarowych                     | do 2 pkt. |
| 5. Poprawny wynik końcowy wraz z analizą błędów pomiarowych               | do 2 pkt. |