

XLVII OLIMPIADA FIZYCZNA (1997/1998). Stopień II, zadanie doświadczalne – D.**Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;

Andrzej Wysmołek – sekretarz naukowy do zad. dośw., IFD UW;

A. Wysmołek: *Fizyka w Szkole* nr 5, 1998.**Nazwa zadania:** Wyznaczanie temperaturowego współczynnika rozszerzalności liniowej drutu.**Działy:** Termodynamika, elektryczność.**Słowa kluczowe:** opór elektryczny, rozszerzalność cieplna, temperaturowa, współczynnik rozszerzalności liniowej, drut, wydłużenie, woltomierz, amperomierz.**Zadanie doświadczalne – D, zawody II stopnia, XLVII OF.**

Masz do dyspozycji cienki drut miedziany, dwa statywy umożliwiające zamocowanie drutu, spinacz biurowy, linijkę z podstawką umożliwiającą jej zamocowanie, woltomierz, amperomierz, zasilacz wytwarzający napięcie regulowane w zakresie $0 \div 12$ V, przewody z końcówkami do połączeń elektrycznych. Zakładając, że zależność długości drutu od temperatury T dana jest wzorem

$$l(T) = l_0[1 + \alpha(T - T_0)],$$

gdzie $l(T)$, $l(T_0)$ oznaczają długości drutu odpowiednio w temperaturze T i T_0 , wyznacz temperaturowy współczynnik rozszerzalności liniowej drutu α .

Założ, że zależność oporu drutu miedzianego od temperatury t można opisać wzorem:

$$R(T) = R_0[1 + \alpha_R(T - T_0)],$$

gdzie R_0 oznacza opór drutu w temperaturze T_0 , natomiast temperaturowy współczynnik oporu $\alpha_R = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Rozwiązanie**Część teoretyczna**

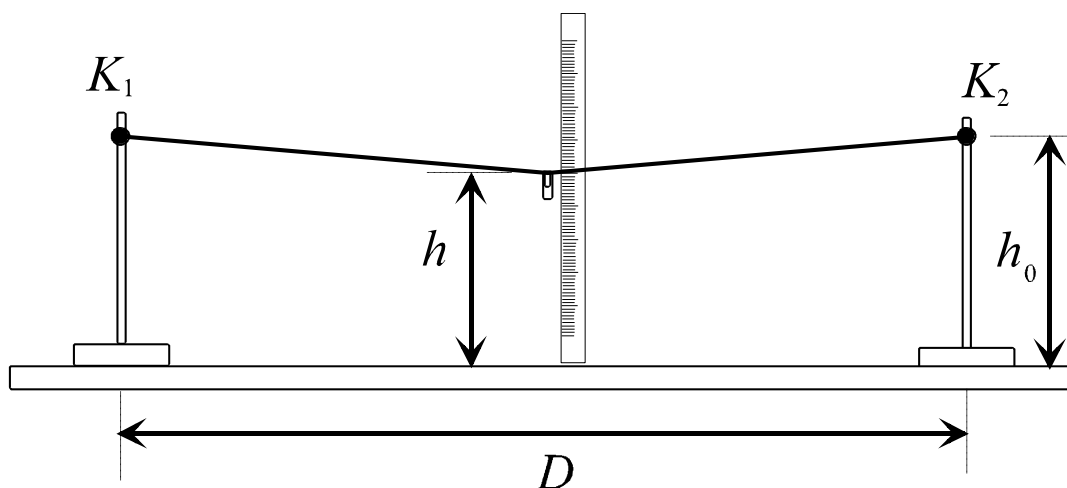
Wyznaczenie temperaturowego współczynnika rozszerzalności liniowej drutu wymaga skonstruowania układu doświadczalnego, który umożliwi oprócz pomiaru temperatury zarejestrowanie niewielkich zmian jego długości. Taki warunek spełnia układ pomiarowy przedstawiony na rys. 1. Drut miedziany przewieszony jest między dwoma statywami odległymi o D . Na środku drutu zawieszony jest spinacz biurowy. Dzięki temu kształt drutu można przybliżyć liniami prostymi.

Założmy, że w temperaturze T_0 środek drutu znajduje się na wysokości $h(T_0)$, zaś jego końce (K_1 , K_2 , rys.1) znajdują się na wysokości h_0 , wtedy jego długość wyniesie:

$$l_0 = \sqrt{D^2 + 4[h_0 - h(T_0)]^2}. \quad (1)$$

Jeśli w temperaturze T środek drutu znajdzie się na wysokości $h(T)$, to jego długość drutu osiągnie wartość

$$l_T = \sqrt{D^2 + 4[h_0 - h(T)]^2}. \quad (2)$$



Rys. 1

Podnosząc do kwadratu i odejmując stronami wyrażenia (1) i (2) dostajemy:

$$l_T^2 - l_0^2 = 4[h_0 - h(T)]^2 - 4[h_0 - h(T_0)]^2. \quad (3)$$

Przy założeniu liniowych zmian długości drutu z temperaturą mamy

$$l_T = l_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad (4)$$

gdzie α oznacza temperaturowy współczynnik rozszerzalności liniowej miedzi. Zakładając, że $\alpha(T - T_0) \ll 1$, lewą stronę wyrażenia (3) można zapisać w postaci:

$$l_T^2 - l_0^2 = l_0^2 [1 + \alpha(T - T_0)]^2 - l_0^2 \cong 2l_0^2 \alpha (T - T_0). \quad (5)$$

Po podstawieniu (5) do (3) i przekształceniu otrzymujemy:

$$[h_0 - h(T)]^2 = \frac{1}{2} \alpha l_0^2 (T - T_0) + 4[h_0 - h(T_0)]^2, \quad (6)$$

co można zapisać w postaci:

$$(\Delta h)^2 = A(T - T_0) + B, \quad (7)$$

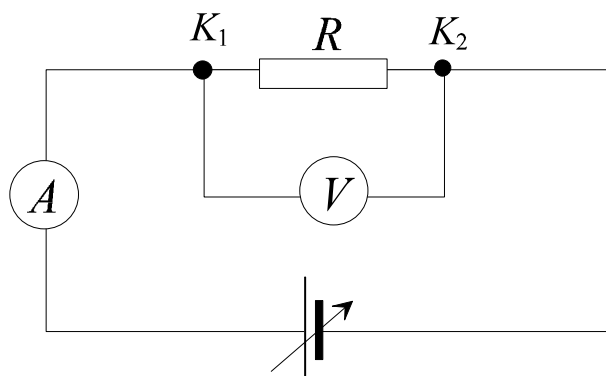
gdzie $(\Delta h)^2 = [h_0 - h(T)]^2$, $A = \frac{1}{2} \alpha l_0^2$, $B = 4[h_0 - h(T_0)]^2$.

Temperaturę drutu T można wyznaczyć znając jego opór $R(T)$. Można go określić mierząc prąd I przepływający przez drut oraz napięcie U między jego końcami (rys. 2). Wybrany układ połączeń elektrycznych jest odpowiedni ze względu na mały opór drutu R . Korzystając z podanego w treści zadania wyrażenia opisującego zależność oporu drutu miedzianego od temperatury dostajemy:

$$T = T_0 + \frac{1}{\alpha_R} \left(\frac{U}{IR_0} - 1 \right) \quad (8)$$

gdzie R_0 oznacza opór drutu w temperaturze T_0 . Wartość oporu R_0 należy określić w warunkach gdy przepływający przez drut prąd nie zmienia zauważalnie jego temperatury. Można to zrobić dopasowując prostą do zależności prądu od napięcia dla niskich napięć.

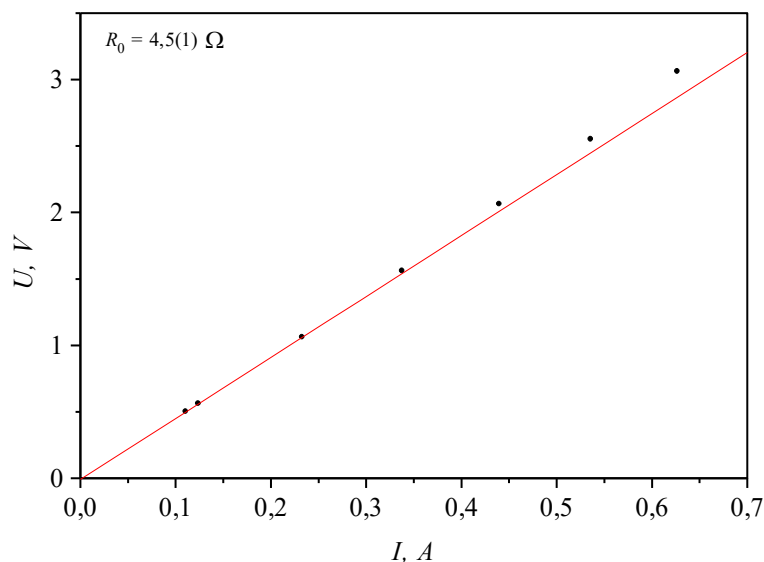
Tak więc mierząc wysokość h środkowej części drutu dla różnych temperatur można wyznaczyć temperaturowy współczynnik rozszerzalności liniowej drutu α .



Rys. 2.

Część doświadczalna

Drut miedziany został zamocowany na statywach w sposób przedstawiony na rys. 1. Zaczepy K_1 , K_2 umieszczone na tej samej wysokości ($h_0 = 216(1)$ mm) umożliwiły dołączenie do drutu końcówek woltomierza i przewodów doprowadzających prąd z zasilacza. Pomiar wysokości środka drutu (obciążonego spinaczem biurowym) wykonano rejestrując prąd przepływający przez drut i napięcie na jego końcówkach. Z dopasowania prostej dla obszaru niskich napięć (rys. 3) wyznaczono wartość parametru $R_0 = 4,5(1) \Omega$.

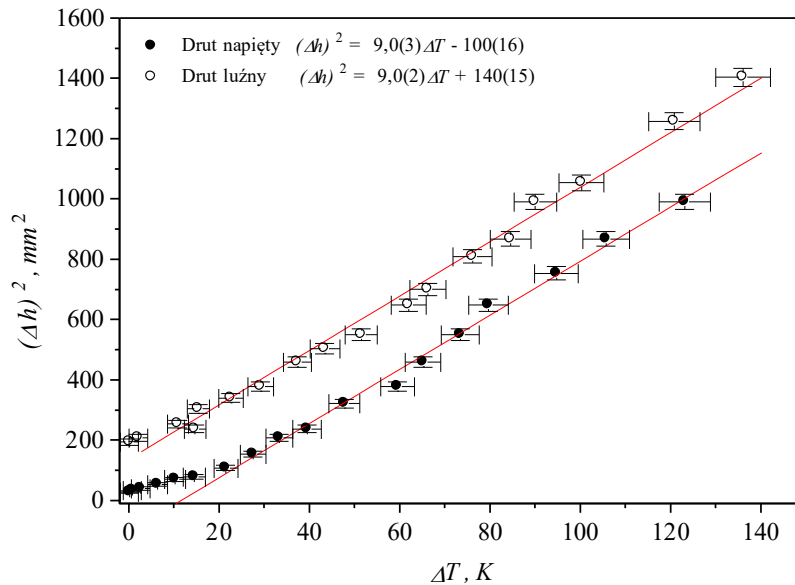


Rys. 3.

Następnie wykonano wykres zależności wielkości $(\Delta h)^2$ od temperatury drutu (rys. 4).

Dopasowanie prostej do wyników doświadczalnych pozwoliło wyznaczyć wartość stałej $A = (9,0 \pm 0,3) \text{ mm}^2/\text{K}$. Znając długość drutu w temperaturze pokojowej $l_0 = (1020 \pm 3) \text{ mm}$, można było wyznaczyć temperaturowy współczynnik rozszerzalności liniowej $\alpha = (17,3 \pm 1,0) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Tablicowe wartości współczynnika rozszerzalności liniowej dla miedzi leżą w granicach $16 \div 18 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Wykonując doświadczenie należy zwrócić uwagę, aby badany drut nie był zbyt mocno naciągnięty, wtedy bowiem w pierwszym etapie wzrostu jego temperatury zmniejsza się głównie jego naprężenie i nie widać znaczących zmian jego długości. Dopiero po przekroczeniu pewnej temperatury zależność wysokości środka drutu $h(T)$ przybiera postać opisaną wzorem (7). Sytuację tę zilustrowano na rys. 4, gdzie przedstawiono wyniki dla sytuacji gdy drut był wstępnie napięty (pełne kółka) i luźny (puste kółka).



Rys. 4.

Do głównych źródeł niepewności pomiarowych należy zaliczyć niedokładność wyznaczenia temperatury drutu, spowodowaną niepewnością wyznaczenia wartości parametru R_0 oraz niejednorodne nagrzanie drutu (wzdłuż jego długości). Duże znaczenie mają też oscylacje temperatury spowodowane niekontrolowanym przepływem powietrza wokół drutu. Przyczyniają się one zarówno do niedokładności wyznaczenia oporu drutu, jak też błędów odczytu wysokości h środka drutu.

Proponowana punktacja

Część doświadczalna

- | | |
|---|----------|
| 1. Metoda pomiaru wydłużenia drutu | do 5pkt. |
| 2. Związek między wysokością środka drutu $h(T)$, a współczynnikiem rozszerzalności liniowej i temperaturą | do 3pkt. |
| 3. Metoda pomiaru temperatury drutu | do 2pkt. |

Część teoretyczna

- | | |
|--|-----------|
| 4. Wyznaczenie parametru R_0 | do 2 pkt. |
| 5. Pomiar zależności wysokości środka drutu od temperatury | do 4 pkt. |
| 6. Wyznaczenie wartości współczynnika rozszerzalności liniowej drutu (dopasowanie prostej) | do 2 pkt. |
| 7. Poprawny wynik końcowy wraz z analizą niepewności pomiarowych | do 2pkt. |

Wskazówki dla organizatorów

- Do wykonania doświadczenia można wykorzystać lakierowany drut nawojowy miedziany o średnicy 0,1 - 0,15 mm. Uczeń powinien otrzymać odcinek drutu o długości 100 - 110 cm. Na odcinkach o długości 2 - 3 cm, z obu końców drutu należy usunąć izolację (lakier).
- Zamiast zasilacza można użyć układu baterii. Przy zastosowaniu drutu o średnicy ok. 0,1 mm układ zasilający powinien zapewniać pobór prądu w zakresie 0 - 1,5 A.
- W zestawie oprócz pięciu przewodów z końcówkami powinny znaleźć się cztery „krokodyłki”, umożliwiające połączenie drutu z zasilaczem, amperomierzem i woltomierzem.
- Podstawka powinna umożliwiać pionowe zamocowanie linijki.