

**XLVI OLIMPIADA FIZYCZNA (1996/1997). Stopień II, zadanie doświadczalne – D.****Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej; Fizyka w Szkole nr 4, 1997.**Autor:** Andrzej Wysmołek, KGOF, IFD UW.**Nazwa zadania:** Wyznaczanie zależności temperaturowej gęstości dla nieznanego roztworu.**Działy:** Termodynamika, hydrostatyka**Słowa kluczowe:** gęstość, stężenie roztworu, roztwór, siła wyporu, ciężar, sól, gwoździki, areometr, termometr, woda, statyw, zlewka, kolba, interpolacja**Zadanie doświadczalne – D, zawody II stopnia, XLVI OF.**

Masz do dyspozycji:

- szklaną kolbę,
- szklaną zlewkę ze skalą objętości,
- termometr do pomiaru temperatury w zakresie od 0 do 100°C,
- statyw z uchwytem do zamocowania termometru,
- gwoździki,
- sól kuchenną w porcjach o znanych masach,
- wodę o temperaturze pokojowej,
- rozcieńczony roztwór wodny pewnej substancji o temperaturze bliskiej 100°C,
- papier milimetrowy,
- nożyczki,
- szczypce do manipulowania kolbą,
- kawałek miękkiego drutu (element pomocniczy),
- mieszadełko.

1. Wyznacz gęstość nieznanego roztworu w zakresie temperatur od temperatury pokojowej do 90°C, w odstępach nie większych niż 5°C.
2. Zaproponuj prosty wzór poprawnie opisujący zależność gęstości nieznanego roztworu od temperatury w zakresie od 50°C do 90°C.

Wartości gęstości wody  $\rho_w$  w zakresie od 15°C do 30°C zebrano w tabeli.

Tabela

$t, ^\circ\text{C}$	15	20	25	30
$\rho_w, \text{g/cm}^3$	0,99913	0,99823	0,99707	0,99567

Przyjmij, że w temperaturze pokojowej gęstość  $\rho_r$  roztworu soli kuchennej można dla małych stężeń opisać wzorem:

$$\rho_r = \rho_w + Bx$$

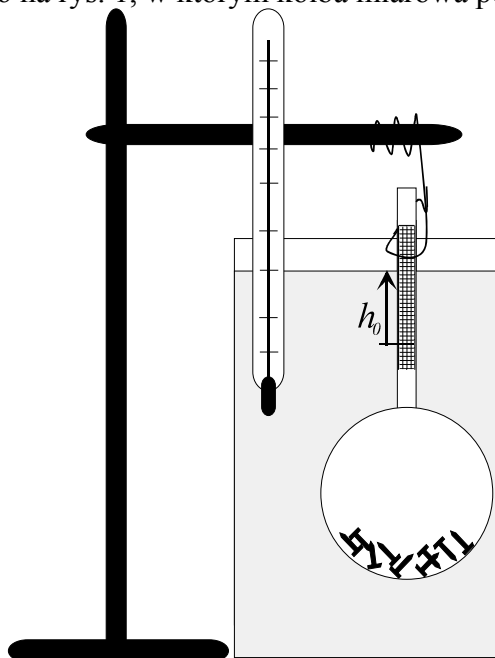
gdzie:  $x$  – stosunek masy rozpuszczonej soli do masy roztworu,  $\rho_w$  – gęstość wody,  $B = 0,76 \text{ g/cm}^3$ .

Rozwiązując zadanie pomiń rozszerzalność termiczną szkła.

## Rozwiązanie

### Część teoretyczna

Rozcieńczony roztwór wodny powinien mieć własności termiczne zbliżone do własności wody. W związku z tym, należy się spodziewać, że zmiany gęstości roztworu spowodowane zmianą temperatury będą niewielkie. Można je zmierzyć, przy pomocy układu doświadczalnego przedstawionego na rys. 1, w którym kolba miarowa pełni rolę areometru.



Rys. 1

Wrzucając do wnętrza kolby gwoździe można zmieniać jej zanurzenie  $h_0$  (rys. 1). Jest ono określone przez równowagę siły wyporu i ciężaru kolby:

$$\rho_0 g V_0 = mg \quad (1)$$

gdzie  $\rho_0$  – gęstość cieczy,  $m$  - masa kolby,  $V_0$  – objętość wypartej cieczy, odpowiadająca zanurzeniu  $h_0$ ,  $g$  – przyspieszenie ziemskie. Gdy gęstość cieczy się zmieni i wyniesie  $\rho$ , objętość wypartej cieczy przyjmie wartość  $V_1$ , zanurzenie osiągnie wartość  $h$ , a warunek równowagi przyjmie postać:

$$\rho g V = mg \quad (2)$$

Z porównania (1) i (2) dostajemy:

$$\rho V = \rho_0 V_0 \quad (3)$$

Jeśli kolba ma szyjkę o przekroju w kształcie koła o powierzchni  $S$ , to zachodzi równość

$$V = V_0 + S(h - h_0)$$

i związek (3) możemy zapisać w postaci:

$$\frac{\rho_0}{\rho} = 1 + \frac{S}{V_0}(h - h_0) \quad (4)$$

lub

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \frac{S}{V_0}(h - h_0)} \quad (5)$$

Tak więc, znając gęstość  $\rho_0$ , odpowiadającą jej zanurzeniu  $h_0$  oraz stosunek  $S/V_0$ , można mierząc zanurzenie kolby  $h$  wyznaczyć gęstość cieczy, w której ona pływa. Jako  $\rho_0$  wygodnie jest przyjąć gęstość wody w temperaturze pokojowej. Wartość stosunku  $S/V_0$  można wyznaczyć, badając zanurzenie kolby w roztworach soli kuchennej o różnych stężeniach.

### Część doświadczalna

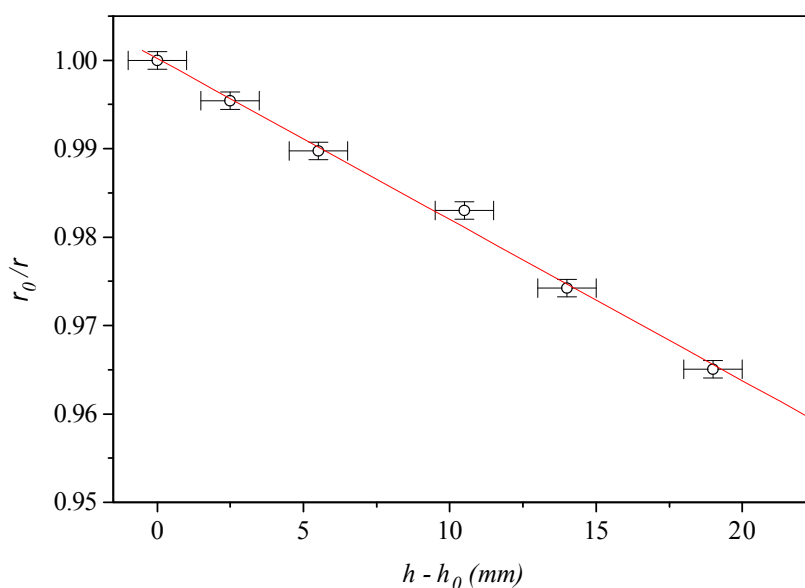
a) Do szyjki kolby wkładamy skalę wyciętą z papieru milimetrowego, która będzie służyć do odczytu zanurzenia  $h$  (rys. 1).

b) Dobieramy obciążenie kolby (gwoździe) tak, aby w roztworze o najwyższej temperaturze (najmniejszej gęstości) kolba nie tonęła i osiągała maksymalne, dopuszczalne zanurzenie.

To maksymalne zanurzenie, wynika z faktu, iż zwykle kolba, górna część szyjki kolby, ma inną średnicę (szlif pod korek, itp.). Poza tym należy pozostawić pewien margines bezpieczeństwa, chroniący przed zalaniem wnętrza kolby.

c) Dokonując interpolacji danych z tabeli podanej w treści zadania, znajdujemy gęstość wody  $\rho_0$  odpowiadającą temperaturze panującej w laboratorium. Następnie do znanej objętości wody (skala na zlewce), wsypujemy porcję soli o znanej masie i dokładnie mieszamy zawartość zlewki dopóki cała sól się nie rozpuści. Korzystając ze wzoru podanego w treści zadania, określamy gęstość tak uzyskanego roztworu. Ponieważ w miarę wzrostu stężenia, gęstość roztworu soli się zwiększa, coraz trudniej jest znaleźć takie ułożenie gwoździ na dnie kolby, aby pływała ona pionowo. Można sobie poradzić z tym problemem, wykonując pętelkę z drutu, ograniczającą ruch poziomy szyjki kolby (rys. 1). Obracając kolbę można doprowadzić do sytuacji, w której dolna jej część lekko opiera się o ściankę zlewki. Jeśli asymetria rozkładu gwoździ na dnie kolby jest niewielka, to tarcie o kolby drut i ścianki zlewki będzie niewielkie. Aby sprawdzić, że nie wpływa ono zbyt silnie na wynik pomiaru zanurzenia, wprowadzamy kolbę w drgania pionowe o niewielkiej amplitudzie i notujemy jej położenie końcowe.

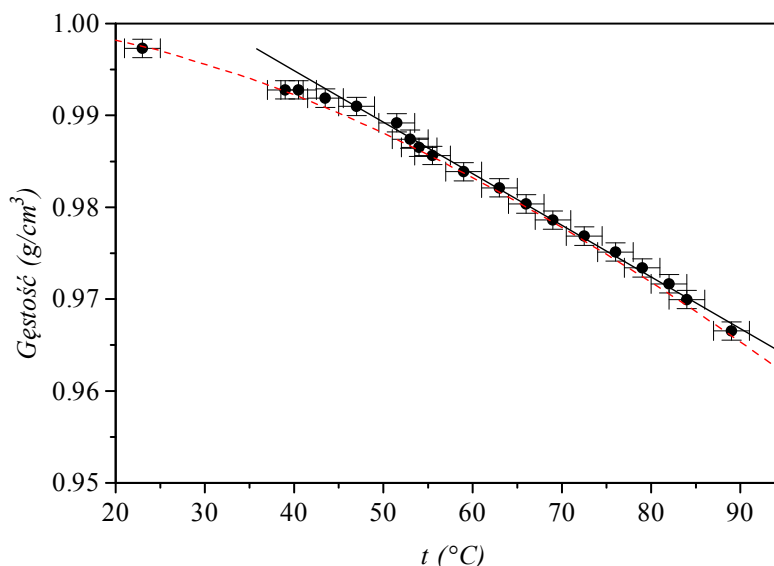
Uzyskane wyniki przedstawiamy na wykresie (rys. 2). Wynika z niego, że zgodnie ze wzorem (4), zależność stosunku  $\rho_0/\rho$ , od argumentu  $h - h_0$ , jest liniowa. Dopasowanie prostej pozwala wyznaczyć wartość stosunku  $S/V_0 = (18,2 \pm 0,7) \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ .



Rys. 2. Zależność stosunku  $\rho_0/\rho$ , od zanurzenia  $h$  kolby dla roztworów soli o różnych gęstościach  $\rho$ .

d) Do starannie wypłukanej zlewki, wlewamy nieznany roztwór i umieszczamy w niej kolbę i termometr. Wykonujemy pomiary zanurzenia kolby w stygnącym roztworze. Korzystając ze wzoru (5) obliczamy wartości gęstości roztworu. Następnie sporządzamy wykres zależności gęstości roztworu od temperatury (rys. 3). Dla zakresu temperatury  $t$  od  $50^{\circ}\text{C}$  do  $90^{\circ}\text{C}$  zależność gęstości można uznać za liniową. Z dopasowania prostej (rys. 3) uzyskujemy zależność:

$$\rho \text{ (g/cm}^3\text{)} = 1,017 \pm 0,002 - (56 \pm 2) \cdot 10^{-5} t \text{ (}^{\circ}\text{C)}.$$



Rys. 3. Zależność gęstości nieznanego roztworu od temperatury. Linia ciągłą zaznaczono dopasowaną prostą, natomiast linia przerywana przedstawia zależność gęstości wody od temperatury (dane z tablic).

Wyznaczona w doświadczeniu zależność gęstości wody od temperatury, z dobrą dokładnością opisuje zachowanie czystej wody (rys. 3). Dokładność wyniku końcowego uwarunkowana jest głównie błędem pomiaru zanurzenia kolby, zwłaszcza jeśli gwoździe na jej dnie są nierówno rozmieszczone i przechylona kolba mocno opiera się o ścianki zlewki i drut. Podczas pomiarów zanurzenia, należy też dbać o to, aby pod dnem kolby nie było pęcherzyków powietrza. Wykonując pomiary temperatury roztworu, należy pamiętać o jego mieszaniu. Jeśli nie miesza się stygnącego roztworu, można łatwo uzyskać różnice temperatury bliskie  $1 - 3^{\circ}\text{C}$  między dolną i górną częścią zlewki. Jest to istotne zwłaszcza dla pomiarów w wyższych temperaturach. Duży wpływ na wynik końcowy ma również dokładność pomiaru stosunku  $S/V_0$  oraz wybór odpowiedniego zanurzenia początkowego  $h_0$ .

### Proponowana punktacja

1. Pomysł użycia kolby w roli areometru do 2 pkt.
2. Wyprowadzenie wzorów (1) – (5) do 3 pkt.
3. Kalibracja układu:
  - określenie gęstości wody  $\rho_0$  w temperaturze pokojowej (interpolacja) do 1 pkt.
  - wyznaczenie zanurzenia  $h_0$  dla wody w temperaturze pokojowej, do 1 pkt.
  - sporządzenie roztworów soli kuchennej o różnych gęstościach, do 1 pkt.
  - wykonanie pomiarów zanurzenia kolby w roztworach soli, do 2 pkt.
  - określenie stosunku  $S/V_0$  (sporządzenie wykresu, dopasowanie prostej) do 2 pkt.
4. Pomiary gęstości nieznanego roztworu:
  - wykonanie pomiarów zanurzenia kolby w stygnącym roztworze (dokładność pomiarów, dbałość o szczegóły eksperymentalne, itd.) do 4 pkt.

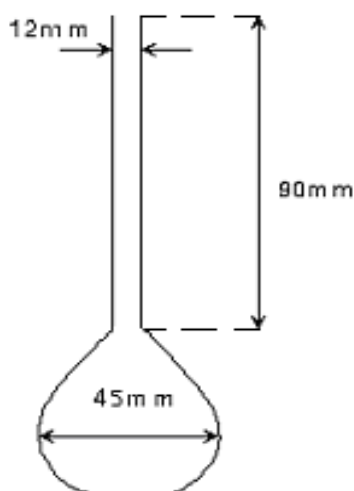
- sporządzenie wykresu zależności gęstości wody od temperatury (zaznaczenie błędów pomiarowych, dobór skali, itp.) do 1 pkt.
  - znalezienie wzoru poprawnie opisującego zmiany gęstości wody w zakresie temperatury od 50°C do 90°C do 2 pkt.
5. Dyskusja otrzymanego wyniku, analiza niepewności pomiarowych do 1 pkt.

### Uwagi

Zadanie wypadło dość dobrze. Większość zawodników wpadła na pomysł wykorzystania kolby w roli areometru. Duża część uczniów, nie wykorzystywała jednak roztworu wody do kalibracji. Wykonywali oni pomiary przy stałym zanurzeniu kolby, kompensując zmiany gęstości nieznannej cieczy poprzez wrzucanie do jej wnętrza gwoździ. Takie postępowanie miało sens w przypadku, gdy dostarczone w zestawie gwoździe nie były zbyt duże i miały zbliżone masy. W efekcie zawodnicy, którzy wybrali tę metodę pomiaru uzyskiwali wyniki obarczone dużą niepewnością pomiarową.

### Wskazówki dla organizatorów

1. Wysokość kolby miarowej powinna być zbliżona, ale nie większa od wysokości zlewki. Średnica przekroju poprzecznego kolby powinna być o 1–2 cm mniejsza od średnicy wewnętrznej zlewki, tak aby obok kolby można było umieścić termometr. W doświadczeniu przeprowadzonym przez recenzenta wykorzystano kolbę i zlewkę których wymiary przedstawiono na rys. 1w.



Rys. 1w.

2. Drut miedziany powinien mieć średnicę ok. 1 mm i długość ok. 50 cm.
3. Do doświadczenia należy użyć wody destylowanej.
4. Jako nieznaną ciecz należy przygotować roztwór wodny Rivanolu. Jedna tabletkę Rivanolum 0,1 (Polfa Rzeszów) wystarcza na 1 litr wody dając jasne, cytrynowe zabarwienie.
5. Równe porcje soli kuchennej należy wsypać do pięciu pojemników (np. po filmach). Do każdego pojemnika powinna być dołączona informacja o masie zawartej w nim soli (z dokładnością do 0,01 g). Masę soli w pojemniku dobrać tak, aby przy użyciu zlewki dostępnej w zestawie można było przyrządzić roztwór, w którym 25 g soli, przypada na 500 cm<sup>3</sup> czystej wody (50 g na litr) i można wykonać w niej (nie dolewając do zlewki wody, ani nie ulewając roztworu) pomiary zanurzenia kolby, w roztworach o różnej gęstości. W doświadczeniu wzorcowym użyto zlewki, ze skalą objętości do 500 cm<sup>3</sup>. Przygotowano więc porcje soli po ok. 5 g każda.