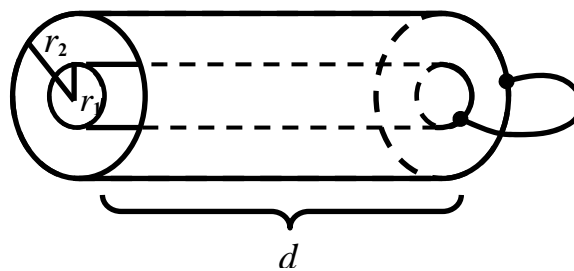


XLVI OLIMPIADA FIZYCZNA (1996/1997). Stopień I, zadanie teoretyczne – T2

Źródło:	Komitet Główny Olimpiady Fizycznej; Włodzimierz Ungier, Andrzej Wyszomolek: <i>Fizyka w Szkole</i> nr 3, 1997.
Nazwa zadania:	Ilość przepłyniętego ładunku między okładkami cylindrycznego kondensatora.
Działy:	Elektryczność
Słowa kluczowe:	Kondensator cylindryczny, ładunek, pole elektryczne, potencjał, napięcie, prawo Gaussa, dielektryk, przenikalność.

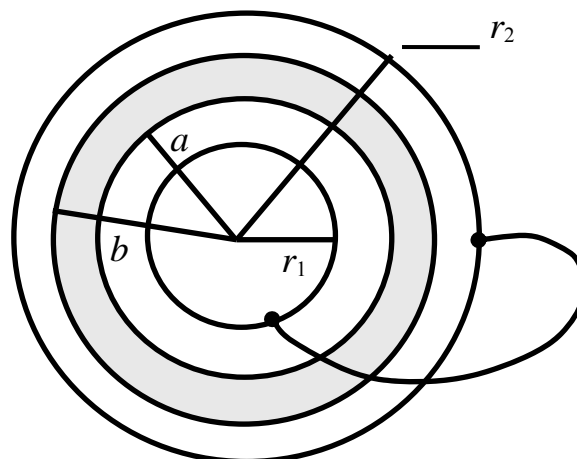
Zadanie teoretyczne – T2, zawody I stopnia, XLVI OF.

Kondensator cylindryczny (próżniowy) o długości d składa się z dwóch współosiowych cylindrów o promieniach r_1 i r_2 , rys. 1.



Rys. 1

Okładki tego kondensatora są połączone przewodem, a ładunki na każdej z nich są początkowo równe zero. Drugi cylindryczny kondensator o takiej samej długości cylindrów, których promienie wynoszą a i b ($r_1 < a < b < r_2$) zawiera dielektryk o względnej przenikalności elektrycznej ε wypełniający przestrzeń między okładkami. Drugi kondensator podłączono do baterii i naładowano do napięcia U . Po odłączeniu wsunięto go współosiowo między okładki pierwszego kondensatora jak na rysunku 2.



Rys. 2

Oblicz ładunek jaki przepłynął przewodem łączącym okładki pierwszego kondensatora. Zaniedbaj ładunek na tym przewodzie oraz zaburzenie pola na końcach cylindrów.

Uwaga:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C,$$

gdzie \ln oznacza logarytm przy podstawie $e = 2,718\dots$

Rozwiązanie:

Radialną składową pola elektrycznego w obszarach I, II, III można obliczyć korzystając z prawa Gaussa:

$$\varepsilon_0 E_I \cdot 2\pi r_I d = Q, \quad (1)$$

$$\varepsilon \varepsilon_0 E_{II} \cdot 2\pi r_{II} d = Q - q,$$

$$\varepsilon_0 E_{III} \cdot 2\pi r_{III} d = Q,$$

gdzie Q oznacza ładunek wyindukowany na wewnętrznej okładce pierwszego kondensatora po wsunięciu między jego okładki drugiego, naładowanego. Między napięciem U baterii oraz ładunkiem q jakim zostaje naładowany drugi kondensator zachodzi związek:

$$U = \int_a^b E dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 d} \cdot \ln \frac{b}{a}. \quad (2)$$

Ponieważ różnica potencjałów między wewnętrzną i zewnętrzną okładką pierwszego kondensatora jest zero (okładki są zwarte), to:

$$0 = \int_{r_1}^a E_I dr_I + \int_a^b E_{II} dr_{II} + \int_b^{r_2} E_{III} dr_{III} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 d} \cdot \left(Q \cdot \ln \frac{a}{r_1} + \frac{Q-q}{\varepsilon} \cdot \ln \frac{b}{a} + Q \cdot \ln \frac{r_2}{b} \right), \quad (3)$$

skąd:

$$Q = U \cdot \frac{2\pi\varepsilon_0 d}{\ln\left(\frac{a}{r_1}\right) + \ln\left(\frac{r_2}{b}\right) + \varepsilon^{-1} \ln\left(\frac{b}{a}\right)}. \quad (4)$$

Proponowana punktacja:

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. Wzór (1) | max. 4 pkt. |
| 2. Wzór (2) | max. 1 pkt. |
| 3. Wzór (3) | max. 3 pkt. |
| 4. Wzór (4) | max. 2 pkt. |