

ZADANIE T3

Rozwiąż dowolnie wybrane dwa zadania z podanych niżej trzech zadań:

Nazwa zadania: „Śmigłowiec”

A. Oszacuj moc silnika śmigłowca, jeżeli jego model w skali 1:25, zbudowany z tych samych materiałów, utrzymuje się w powietrzu przy pomocy silniczka 6,4 W.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

A. Niech ρ oznacza gęstość powietrza, S – pole przekroju strugi powietrza, a v – prędkość strumienia powietrza przepływającego przez powierzchnię określaną przez śmigło. W czasie Δt śmigło odrzuca w dół powietrze o masie

$$\Delta m = \rho S v \Delta t. \quad (11)$$

Zmiana pędu powietrza wynosi

$$\Delta p = \Delta m \cdot v = \rho S v^2 \Delta t, \quad (12)$$

zatem siła działająca na śmigłowiec jest równa

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho S v^2. \quad (13)$$

Aby śmigłowiec mógł się unosić w powietrzu, siła ta musi równoważyć jego ciężar,

$$M \cdot g = \rho S v^2. \quad (14)$$

Przyrównując moc silnika do energii kinetycznej uzyskiwanej przez strumień powietrza w jednostce czasu mamy

$$P = \frac{\Delta m \cdot v^2}{2 \Delta t} = \frac{1}{2} \rho S v^3. \quad (15)$$

Korzystając następnie z równania (14) otrzymujemy

$$P = \frac{1}{2} M \cdot g \sqrt{\frac{M \cdot g}{\rho S}} = \frac{1}{2} g^{3/2} \rho^{-1/2} M^{3/2} S^{-1/2}. \quad (16)$$

Niech typowe wymiary liniowe modelu i zwykłego śmigłowca będą równe odpowiednio r i R ($r : R = 1:25$). Wtedy $M \propto R^3$, $S \propto R^2$, czyli

$$P \propto R^{7/2}, \quad (17)$$

zaś moc silniczka zainstalowanego modelu,

$$P' \propto r^{7/2}. \quad (18)$$

Stosunek mocy P/P' wynosi $P/P' = (R/r)^{7/2} = 5^7$, zatem moc zwykłego śmigłowca jest w przybliżeniu równa

$$P = 5^7 P' = 5^7 \cdot 6,4 \text{ W} = 500 \text{ kW}.$$

Punktacja:

Zad. 3A (0 – 10 pkt):

- | | |
|---|------------|
| 1. Wyznaczenie siły działającej na śmigłowiec (równanie (13)) : | 0 – 3 pkt; |
| 2. Zapisanie warunku na równowagę sił (równanie (14)): | 0 – 1 pkt; |
| 3. Wyznaczenie mocy silnika (równanie (16)): | 0 – 2 pkt; |
| 4. Wyznaczenie zależności (17) i (18): | 0 – 2 pkt; |
| 5. Obliczenie szukanej mocy silnika: | 0 – 2 pkt. |