XLV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY
Zadania teoretyczne

Rozwiąż dowolnie wybrane dwa z podanych niżej trzech zadań:

ZADANIE T1

Nazwa zadania: „ Równiki i południki ”

C. Z jednorodnego drutu utworzono na powierzchni kuli siatkę z czterech „południków” - 0°, 90°, 180°, 270°, dwóch „równoleżników” na szerokościach geograficznych 30°, rys. 3. Opór zastępczy między „biegunami” wynosi $R_{AB} = 1\,\Omega$. Oblicz opór zastępczy R_{CD} między przeciwległymi punktami leżącymi na przecięciach „równika” z „południkami”.

ROZWIĄZANIE

C. Opór przewodnika o długości d będziemy oznaczać przez $R(d)\,(R(d) \approx d)$. Jeżeli przyłożymy napięcie do punktów A i B, rys. 3, wtedy potencjały elektryczne punktów leżących na przecięciach danego równoleżnika z południkami są jednakowe, co wynika z symetrii układu. Można więc usunąć wszystkie równoleżniki nie zmieniając przy tym wartości oporu R_{AB}. Mamy zatem

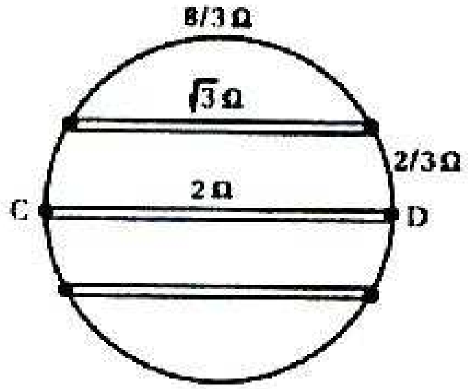
$$R_{AB} = \frac{R(\pi \cdot r)}{4},$$

gdzie r jest promieniem kuli opasanej drutami. Ponieważ $R_{AB} = 1\,\Omega$, to

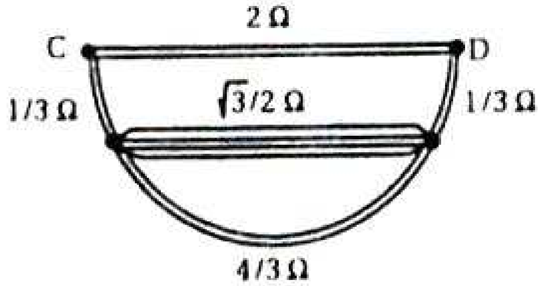
$$R(\pi \cdot r) = 4\,\Omega.$$

W przypadku przyłożenia napięcia do punktów C Id dzięki symetrii możemy usunąć południki nie przechodzące ani przez C, ani przez D, a opór R_{CD} i tak nie ulegnie zmianie. Na rysunku 3 podano opory zastępcze istotnych elementów obwodu miedzy zaznaczonymi punktami. Rysunek 4 ilustruje kolejny etap korzystania z symetrii obwodu. Korzystając z reguł dodawania oporów oraz z podanych na rys. 4 wartości mamy

$$R_{CD} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2/3 + \left(2/\sqrt{3} + 3/4\right)^{-1}} \right)^{-1} \Omega = \frac{8 + 9\sqrt{3}}{16 + 9\sqrt{3}}\,\Omega \approx 0{,}747\,\Omega\,.$$



rys. 3



rys. 4

Punktacja:

Zad. 1C (0 – 7 pkt):

1. Sporządzenie rysunków pomocniczych: 0 -2 pkt;
2. Znalezienie oporu R_{AB} (skorzystanie z symetrii obwodu): 0 - 2 pkt;
3. Wyznaczenie oporu R_{CD} (reguła dodawania oporów): 0 – 3 pkt.