

XL OLIMPIADA FIZYCZNA (1990/1991). Stopień III, zadania doświadczalne – D.

Źródło:	Komitet Główny Olimpiady Fizycznej; Włodzimierz Ungier; Marta Kicińska-Habior: <i>Fizyka w Szkole</i> nr 1, 1992.
Nazwa zadania:	Zależność prędkości fal poprzecznych od naprężenia w drucie.
Działy:	Mechanika.
Słowa kluczowe:	prędkość fal, drgania, rezonans, opór, napięcie, spadek napięcia, siła napięcia, przekrój poprzeczny, analiza wymiarowa, komora drutowa

Zadanie doświadczalne – D1, zawody III stopnia, XL OF.

Przy budowie komór drutowych, używanych jako detektory w fizyce cząstek elementarnych, konieczna jest znajomość siły napinającej drut rozpięty wzdłuż komory i zamocowany na obu końcach. Posługując się analizą wymiarową wyznacz zależność prędkości fal poprzecznych rozchodzących się w drucie od siły napięcia drutu, jako gęstości i powierzchni przekroju wiedząc, że dla drutu molibdenowego o średnicy 1 mm napiętego siłą 40 N prędkość ta wynosi 71 m/s. Korzystając ze znalezionej wzoru i własnych pomiarów wyznacz siłę napinającą drut molibdenowy zamocowany na podstawie.

Możesz korzystać z następujących przyrządów:

1. drut molibdenowy zamocowany na podstawie,
2. generator drgań sinusoidalnych o regulowanej częstotliwości,
3. silny magnes trwały o małych rozmiarach (feryt),
4. drewniany klocek jako podkładka pod magnes,
5. linijka z podziałką milimetrową,
6. opornik o podanej oporności,
7. baterijka 4,5 V lub zasilacz prądu stałego,
8. woltomierz cyfrowy o dużym oporze wewnętrznym,
9. przewody do połączeń.

Przyjmij: gęstość molibdenu $d = 10,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$,
opór właściwy molibdenu $\rho = 5,17 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

Uwaga: Nie zerwij drutu!

Przed przystąpieniem do pomiarów konieczne jest zwrócenie się do asystenta w celu sprawdzenia obwodu.

Rozwiązanie

Część teoretyczna

Korzystając z założenia podanego w treści zadania możemy napisać, że prędkość fal poprzecznych rozchodzących się w drucie zamocowanym na obu końcach wyraża się wzorem:

$$v = k F^\alpha d^\beta S^\gamma + v_0,$$

gdzie F oznacza siłę napięcia drutu, d – gęstość drutu, S – przekrój poprzeczny drutu, v_0 stałą o wymiarze (m/s), a k – stałą bezwymiarową. Stosując analizę wymiarową otrzymujemy

$$\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}\right)^\alpha \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)^\beta (\text{m}^2)^\gamma.$$

A stąd układ trzech równań

$$\begin{aligned} 0 &= \alpha + \beta, \\ 1 &= \alpha - 3\beta + 2\gamma, \\ -1 &= -2\alpha. \end{aligned}$$

Rozwiązanie tego układu równań jest jednoznaczne:

$$\alpha = 1/2, \beta = -1/2, \gamma = -1/2.$$

Prędkość fal poprzecznych w drucie jest więc określona wzorem

$$v = k\sqrt{F/(dS)} + v_0$$

Można przyjąć, że $v_0 = 0$ ponieważ dla siły napięcia drutu $F = 0$ drgania w drucie nie będą się rozchodzić. Zgodnie z treścią zadania prędkość rozchodzenia się fal w drucie molibdenowym o gęstości d i polu przekroju poprzecznego S_1 napiętym siłą $F_1 = 40$ N wynosi $v_1 = 71$ m/s. warunku tego możemy wyznaczyć stałą k

$$k = v_1 \sqrt{F_1/(dS_1)}.$$

Szukamy wzór a więc postać

$$v = v_1 \sqrt{(FS_1)/(F_1S)}.$$

Żeby wyznaczyć siłę F napięcia drutu trzeba znaleźć prędkość v fal poprzecznych, które mogą się rozchodzić w tym drucie

$$F = (v/v_1)^2 (F_1/S_1) S.$$

Prędkość tę można powiązać z długością fali λ i częstością drgań f :

$$v = \lambda f$$

Są to wielkości, które możemy wyznaczyć doświadczalnie. W celu tym należy pobudzić drut do drgań wykorzystując zjawisko rezonansu. Zmieniając częstość wymuszającą drgania drutu można wzbudzić w nim fale stojącą odpowiadającą pierwszej harmonicznej drgań własnych gdy częstość siły wymuszającej będzie równa częstości f_0 drgań własnych drutu. Wtedy na końcach drutu, które są zamocowane muszą powstać węzły fali stojącej, a w środku – strzałka. Długość wzbudzonej fali stojącej wynosi więc $\lambda = 2L$, gdzie L oznacza długość drutu, którą możemy zmierzyć linijką.

Siła napięcia drutu będzie więc określona przez

$$F = 4L^2 f_0^2 (F_1/S_1) S/v_1^2. \quad (1)$$

We wzorze tym wielkość powierzchni przekroju S drutu jest nieznaną. Drut jest zbyt cienki by jego średnica mogła być zmierzona linijką. Nie można też zmierzyć złożonych wielu odinków drutu ponieważ jest on trwale zamocowany.

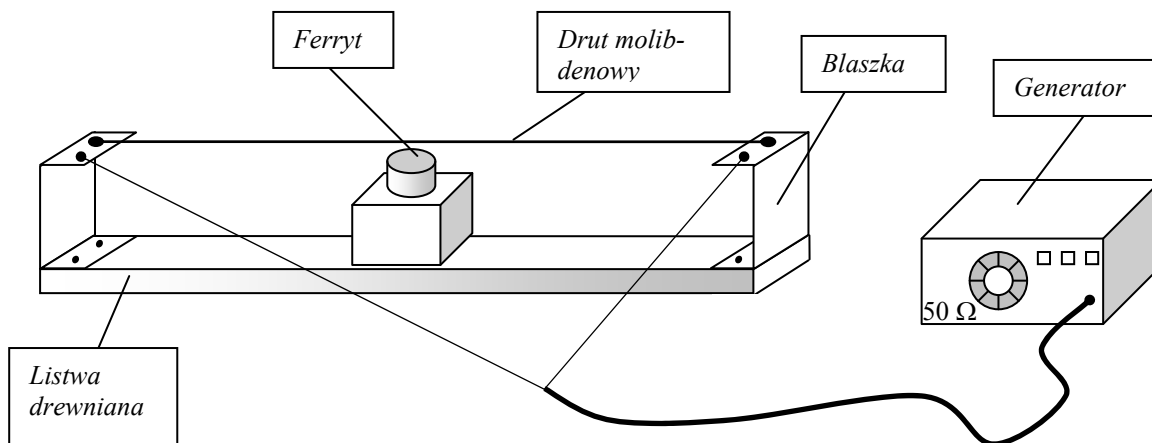
Ponieważ znamy opór właściwy molibdenu możemy wyznaczyć S mierząc opór R drutu:

$$S = \rho bL/R \quad (2)$$

Część doświadczalna

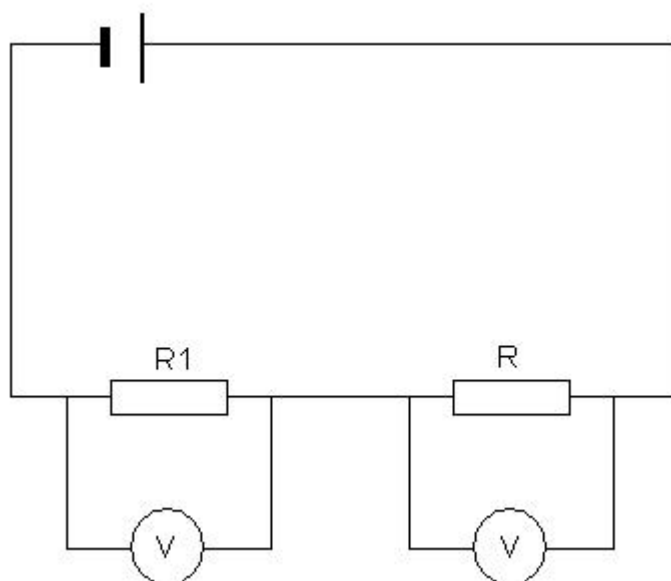
Dostępne w zadaniu przyrządy sugerują pobudzenie drutu przez oddziaływanie magnetyczne prądu płynącego w drucie z polem magnetycznym magnesu trwałego. W tym celu zestawiono układ przedstawiony na Ryc. 1. Końce zamocowanego drutu molibdenowego połączono z generatorem drgań sinusoidalnych o regulowanej częstości. Pod drutem, w odległości

1 – 3 mm od drutu, w połowie jego długości umieszczono mały magnes ferrytowy w postaci drążka o średnicy 3 cm i wysokości 1,4 cm. W ten sposób wzdłuż drutu płynął prąd zmienny o częstotliwości f . Pole magnetyczne ferrytu skierowane było pionowo, prostopadle do kierunku drutu. Na drut będący przewodnikiem prądu działała więc siła elektrodynamiczna w płaszczyźnie poziomej. Dla prądu stałego wychylenie drutu następowało w jedną stronę. Przy przepływie prądu zmiennego drut wykonywał drgania w płaszczyźnie poziomej wokół położenia równowagi. Częstotliwość drgań drutu odpowiadała częstotliwości drgań w kierunku prądu, a więc była to częstotliwość odczytana na skali generatora. Zmieniając częstotliwość pobudzającą prądu z generatora zaobserwowano wyraźne drgania rezonansowe odpowiadające pierwszej harmonicznej dla częstotliwości $f_0 = (98 \pm 1)$ Hz. Długość drutu wynosiła $L = (115 \pm 0,1)$ cm.



Ryc. 1.

Drugim etapem zadania było wyznaczenie przekroju poprzecznego drutu molibdenowego. Zestaw proponowanych przyrządów sugerował by opór R drutu molibdenowego wyznaczyć poprzez pomiar spadku napięcia na tym drucie. Schemat obwodu pokazuje Rys. 2. Badany



Rys. 2.

drut połączono szeregowo z opornikiem o znanym oporze $R_1 = 10,5 \Omega$. Źródło prądu stanowiła 4,5 V bateryjka. Spadek napięcia na oporze mierzono woltmierzem cyfrowym V 543

o dużym oporze wewnętrznym ($R_w = 1 \text{ M}\Omega$). Zmierzone spadki napięcia U_1 na oporniku R_1 , a następnie w krótkim odstępie czasu, spadek napięcia U na badanym drucie. Ze względu na duży opór wewnętrzny woltomierza można zaniedbać prąd płynący przez woltomierz, a więc podczas obu pomiarów prąd płynący przez opornik jest taki sam. Stąd

$$U_1 = IR_1, \quad U = IR.$$

Ostatecznie

$$R = R_1(U/U_1).$$

Wykonano serie pomiarów U i U_1 i stąd wyznaczono opór R . Przykładowe wartości napięć wynoszą $U = (1,65 \pm 0,01) \text{ V}$, $U_1 = (2,00 \pm 0,01) \text{ V}$. Wartość średnia oporu $R = (8,6 \pm 0,2) \Omega$.

Korzystając ze wzoru (2) otrzymujemy $S = (0,0069 \pm 0,0002) \text{ mm}^2$. Wynik ten jest w dobrej zgodności ze znaną organizatorom średnicą drutu molibdenowego przed obciążeniem równą $0,1 \text{ mm}$.

Możemy teraz wyznaczyć siłę napięcia drutu wg wzoru (1). Otrzymujemy

$$F = 4(1,15 \text{ m})^2 \cdot (98 \frac{1}{\text{s}})^2 \cdot 40 \text{ N} \cdot 0,0069 \text{ mm}^2 / [(71 \text{ m/s})^2 0,785 \text{ mm}^2].$$

Stąd

$$F = (3,54 + 0,10) \text{ N}.$$

Wartość ta jest w dobrej zgodności ze znaną organizatorom masą ciężarka używanego do obciążenia drutu przed przylutowaniem.