

III OLIMPIADA FIZYCZNA (1953/1954). Stopień I, zadanie doświadczalne – D

Źródło:	Komitet Główny Olimpiady Fizycznej; Stefan Czarniecki: Olimpiady Fizyczne I – IV. PZWS, Warszawa 1956.
Nazwa zadania:	Wyznaczanie prędkości światła w wodzie.
Działy:	Optyka
Słowa kluczowe:	Prędkość, załamanie, światła, promień, wzór Snelliusa, woda, statyw, linijka, naczynia szklane, papier.

Zadanie doświadczalne – D, zawody I stopnia, III OF.

Dany jest kompletny statyw, dwa cylindryczne naczynia szklane (np. szklanki), liniał z podziałką milimetrową, gładki papier (brystol) i woda. Nie korzystając z innych przyrządów wyznaczyć prędkość światła w wodzie.

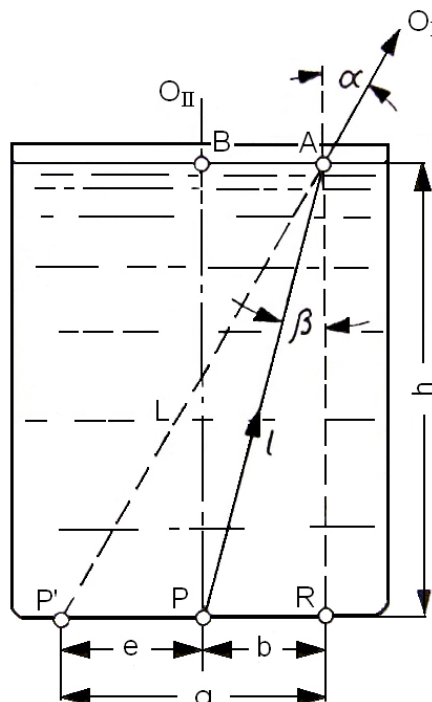
Opisać dokładnie przebieg pomiaru i podać uzyskane wyniki. Prędkość rozchodzenia się światła w powietrzu wynosi $c = 300\,000$ km/sek.

Rozwiązanie

Część teoretyczna

Zadanie sprowadza się do wyznaczenia współczynnika załamania wody. Pomiar najlepiej jest oprzeć na znanym zjawisku przesunięcia obrazu przedmiotu oglądanego ukośnie przez warstwę płasko-równoległą substancji załamującej.

Promień świetlny (rys 1.) biegnący od przedmiotu P znajdującego się na dnie naczynia z cieczą do oka obserwatora O_I ulega załamaniu na granicy między tą cieczą a powietrzem w punkcie A. Obserwator zobaczy pozornie przedmiot na przedłużeniu promienia załamane



Rys. 1.

AO_1 , czyli w punkcie P' . Jeżeli potrafimy zmierzyć odcinki a , b i e , to można będzie łatwo obliczyć kąt padania β i załamania α , a następnie zastosować wzór Snelliusa:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{x},$$

gdzie c jest prędkością światła w powietrzu (właściwie w próżni), a x szukaną prędkością światła w wodzie. Z rysunku mamy:

$$\sin \alpha = \frac{a}{AP'} = \frac{a}{L} \quad \text{i} \quad \sin \beta = \frac{b}{AP} = \frac{b}{l},$$

oraz

$$L = \sqrt{a^2 + h^2} \quad \text{i} \quad l = \sqrt{b^2 + h^2}.$$

Przeto

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + h^2}}, \quad \text{a} \quad \sin \beta = \frac{b}{\sqrt{b^2 + h^2}}.$$

Po podstawieniu do wzoru Snelliusa otrzymujemy:

$$n = \frac{a\sqrt{b^2 + h^2}}{b\sqrt{a^2 + h^2}} = \frac{c}{x},$$

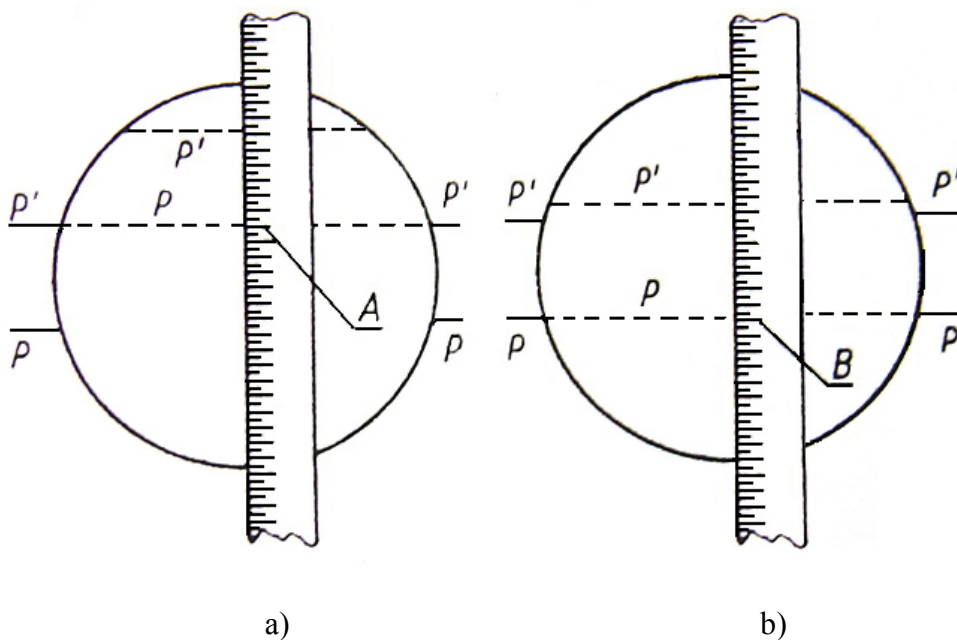
skąd prędkość światła w wodzie:

$$x = c \frac{b\sqrt{a^2 + h^2}}{a\sqrt{b^2 + h^2}} = c \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\left(\frac{a}{h}\right)^2 + 1}{\left(\frac{b}{h}\right)^2 + 1}}. \quad (1)$$

Część doświadczalna

Metoda pomiaru jest następująca:

1. Na arkuszu papieru kreślimy dwie linie równoległe P i P' (rys 2.).



Rys. 2.

2. Naczynie (np. zlewkę lub szklanę) napełniamy wodą po brzegi i stawiamy na papierze tak by, uprzednio nakreślone proste znalazły się pod naczyniem (proste muszą być tak długie, by były widoczne zarówno przez wodę jak i poza zlewką przez powietrze);
3. Korzystając z liniału mierzymy głębokość wody h .
4. Przy pomocy statywu mocujemy liniał z podziałką milimetrową oparty poziomo na krawędziach zlewki. Powinien on być prostopadły do prostych równoległych, a jego dolna powierzchnia powinna się znajdować tuż nad powierzchnią wody.
5. Wprowadzamy oko w bieg wiązki promieni idących od papieru, regulując jego ustawienie tak, aby obraz linii P wypadł tam, gdzie została nakreślona linia P , a następnie notujemy podziałkę A liniału, przez którą przechodzi obraz linii P (rys. 2a). Jest to pierwsza pozycja obserwacji.
6. Wprowadzamy teraz oko w wiązkę biegnącą od przedmiotu P normalnie do zwierciadła wody (położenie O_{II}). Rozpoznamy to położenie po tym, że obraz linii P zleje się z nią samą (rys. 2b). Notujemy jak przedtem odpowiednią podziałkę B liniału. Jest to druga pozycja obserwacji.
7. Pomiar przeprowadzamy kilkakrotnie i bierzemy średnią. Odcinek e jest odległością nakreślonych prostych równoległych. Wreszcie a jest sumą b i e

$$a = b + e$$

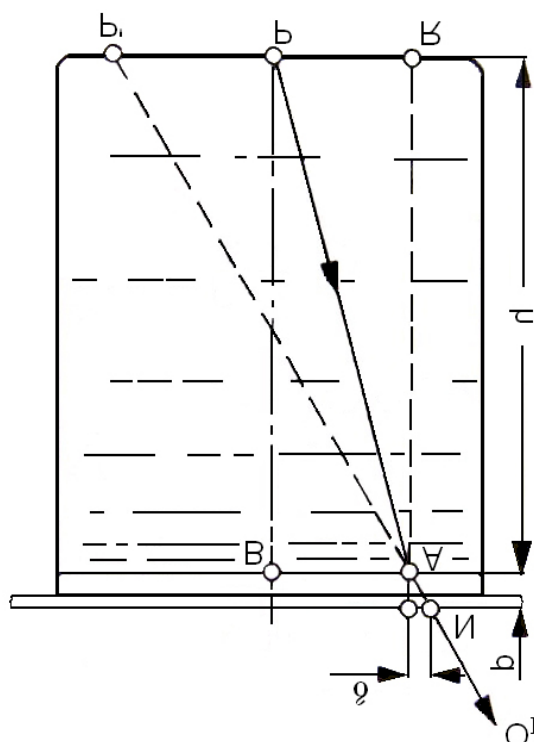
Wartości te wystarczy podstawić do wzoru (1).

Dokładność pomiaru

Metodą elementarną nie da się tutaj przeprowadzić dyskusji błędów ani obliczyć błędu granicznego. Ograniczymy się jedynie do znalezienia możliwych ich źródeł. Należy to czynić zawsze przed dokonaniem właściwych pomiarów umożliwiając sobie jak najwłaściwsze przeprowadzenie doświadczenia. W naszym przypadku mamy poza zwykłymi błędami przypadkowymi dwa źródła błędów systematycznych.

1. Podziałka linijki leży ponad zwierciadłem wody zamiast dokładnie na jej powierzchni.

Wywołuje to powstanie błędu tak zwanej paralaksy. Na samej jej powierzchni linijka leżeć



Rys. 3.

nie może, ponieważ dotykając wody wywoływałyby skutek przylegania wygięcie menisku a co za tym idzie zniekształcenie obserwowanego poprzez wodę obrazu linii. Znając odległość podziałki od powierzchni swobodnej cieczy d (rys. 3) można dla położenia I obliczyć odpowiednią poprawkę δ , którą należy odjąć od otrzymanych wartości b i a .

Z podobieństwa trójkątów AMN i APR (przyjmując pierwszą otrzymaną wartość a bez poprawki za bliską prawdziwej wartości) mamy w przybliżeniu:

$$\frac{\delta}{d} \cong \frac{a}{h},$$

a stąd

$$\delta \cong \frac{da}{h}.$$

Do obliczeń zamiast a weźmiemy $\left(a - \frac{da}{h}\right)$, a zamiast $b - \left(b - \frac{da}{h}\right)$.

2. Dno naczynia szklanego nie jest dokładnie płasko równoległe, zwłaszcza przy brzegach, co wywołuje zakrzywienie obrazu linii utrudniające obranie właściwego położenia oka dla zauważenia pokrycia się obrazu linii P z linią P' . Prócz tego szkło posiada inny współczynnik załamania niż woda, występuje przeto w położeniu I dodatkowe przesunięcie obserwowanego obrazu linii P wskutek załamania w szkle dna.

Reasumując dochodzimy do wniosku, że pomiar należy przeprowadzić w naczyniu o cienkim i płaskim dnie, linijkę umieścić jak najbliżej powierzchni swobodnej wody, ewentualnie obliczyć odpowiednią poprawkę. Prócz tego należy użyć naczynia dość dużego, wtedy bowiem i przypadkowe błędy Δa i Δb w stosunku do samych wielkości mierzonych będą mało znaczące. Z tych samych względów odległość e między liniami należy obrać nie za małą.

Oto liczbowe dane jednego z pomiarów. Do doświadczenia użyto zlewki o wysokości około 142 mm. Nie można jej było napełnić wodą po brzegi, gdyż zlewka posiadała dziobek, powodujący ulewanie się wody. Wysokość słupa wody wyniosła więc 139 mm a podziałka linijki leżała nad zwierciadłem w odległości $d \approx 3,5$ mm. Kilkakrotny pomiar odcinka b dał następujące wyniki:

Odczyt B	Odczyt A	$b = B - A$
165,5	124,0	41,5
166,0	124,0	42,0
165,5	124,5	41,0
165,5	124,0	41,5

Średnia arytmetyczna tych pomiarów wynosi więc: $\bar{b} = 41,5$ mm. Linie na papierze narysowane były w odległości $e = 15$ mm, a więc odcinek $a = 15 + 41,5 = 56,5$ mm. Poprawkę obliczono zgodnie ze wzorem (2):

$$\delta = \frac{da}{h} = \frac{3,5 \cdot 56,5}{139,0} \text{ mm} = 1,5 \text{ mm}.$$

Ostatecznie otrzymano długości potrzebnych odcinków:

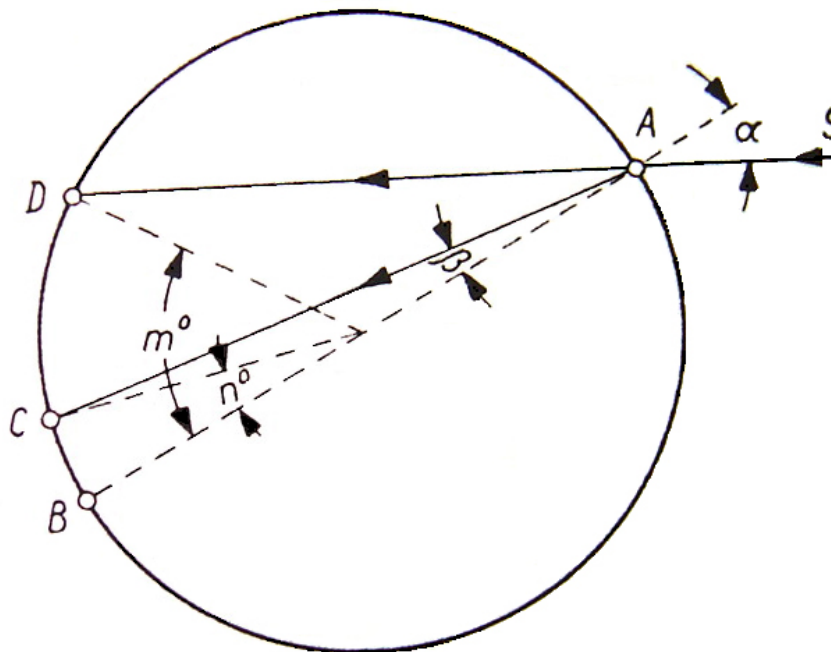
$$a = 55 \text{ mm}, \quad b = 40 \text{ mm}, \quad h = 139 \text{ mm}.$$

Po podstawieniu do wzoru (1) otrzymano na prędkość rozchodzenia się światła w wodzie:

$$x = 3 \cdot 10^{10} \frac{40}{55} \sqrt{\frac{\left(\frac{55}{139}\right)^2 + 1}{\left(\frac{40}{139}\right)^2 + 1}} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \cong 2,25 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Opisana wyżej metoda nie jest bynajmniej jedyna, ale chyba najprostszą i najdokładniejszą. Uczniowie najczęściej korzystali z innego sposobu, również prowadzącego do celu, ale wymagającego użycia dodatkowych urządzeń pomocniczych jak podziałka kątowna, szczelina itp. Oto jeden z wariantów metody często spotykanej w pracach olimpijskich.

Cienkościenne naczynie cylindryczne napełniamy wodą do połowy. Sporządzamy podziałkę złożoną z 360 równych odstępów na pasku papieru długości równej obwodowi naczynia. Naczynie otaczamy szczelnie sporządzoną podziałką wokół linii zwierciadła wody. W tym miejscu, gdzie na pasku papieru znajdzie się podziałka 180° wycięta jest wąska szczelina równoległa do tworzącej cylindra. Połowa tej szczeliny przypada poniżej menisku, a połowa ponad nim. Odcinek łączący podziałkę 180° i 0 jest oczywiście średnicą naczynia. Na szczelinę kierujemy poziomo wiązkę światła np. słonecznego w sposób uwidoczniony na rys. 4. Ponad wodą



Rys. 4.

wiązka biegnie wzdłuż SAD i daje ślad na papierze w punkcie D , któremu odpowiada podziałka m° . Część wiązki biegnąca poniżej zwierciadła załamuje się i daje ślad na skali w punkcie C , odpowiadający podziałce n° . Kątem padania będzie w myśl znanego twierdzenia

geometrii kąt $\alpha = \angle DAB = \frac{m^\circ}{2}$, a kąt załamania $\beta = \angle CAB = \frac{n^\circ}{2}$. Podstawiając te wartości

do prawa Snelliusa obliczamy łatwo współczynnik załamania wody. Pomiar ten należy powtórzyć kilkakrotnie przy różnych kątach padania, a potem wziąć średnią ostatecznych wyników.

Jeden z uczestników otrzymał w jednym z pomiarów wartości: $m = 39^\circ$ i $n = 28^\circ$, skąd:

$$n = \frac{\sin \frac{m^\circ}{2}}{\sin \frac{n^\circ}{2}} = \frac{\sin 19^\circ 30' }{\sin 14^\circ 00' } = \frac{0,3338}{0,2419} \cong 1,38,$$

a prędkość światła w wodzie:

$$x = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{1,38} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \cong 2,17 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Główną wadą tego sposobu jest trudność sporządzenia dokładniej podziałki. Sposób powyższy można jednak w bardzo korzystny sposób zmodyfikować, pozbywając się uciążliwego i niedokładnego kreślenia podziałki. Szklankę owijamy paskiem czystego papieru. Wiązkę światła kierujemy na szczelinę dwa razy, raz jak poprzednio, znacząc ołówkiem po przeciwnej stronie naczynia położenia śladów C wiązki załamanej biegnącej poniżej i D – nie załamanej, biegnącej powyżej poziomu wody (rys. 4), drugi zaś raz w taki sposób, by oba ślady się pokryły i znowu zaznaczamy ich położenie B . Będzie to oczywiście przypadek, gdy wiązka pada na naczynie w punkcie A normalnie.

Łącząc na rysunku punktu B i C oraz B i D uzyskujemy dwa trójkąty prostokątne (wpisane w okrąg i oparte na średnicy AB).

Możemy więc napisać:

$$\frac{BD}{AB} = \sin \alpha \quad \text{i} \quad \frac{BC}{AB} = \sin \beta.$$

Stąd

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BD}{BC}.$$

Teraz odwijamy pasek papieru z naczynia i mierzymy odległości B i BD . Otrzymamy oczywiście zrektyfikowane łuki, ale mając średnicę naczynia łatwo stąd obliczyć cięciwy BD i BC .

Gdyby wolno było użyć cyrkla, to pomiar skróciłby się jeszcze bardziej. Można by było cięciwy mierzyć bezpośrednio na naczyniu bez odwijania papieru. Jest to chyba w danych warunkach najprostszy sposób pomiaru współczynnika załamania cieczy.