

**XXXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA ( 1988/1989). Stopień II, zadanie doświadczalne – D**

**Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;  
Jan Mostowski: Fizyka w Szkole, nr 4, 1989 r.

**Nazwa zadania:** Wyznaczanie parametrów układu dwóch jednakowych soczewek skupiających i ich ogniskowej.

**Działy:** Optyka geometryczna.

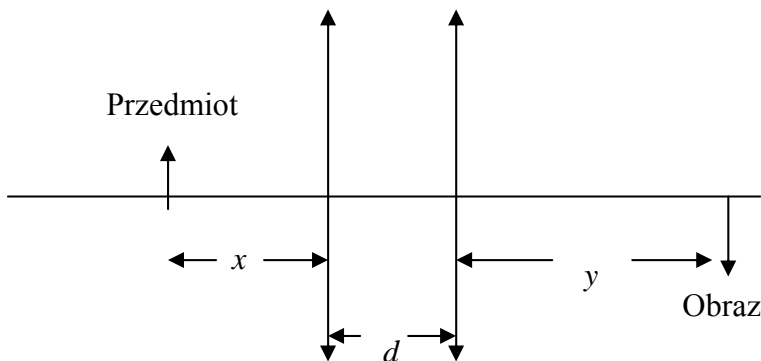
**Słowa kluczowe:** soczewka skupiająca, cienka, obraz, przedmiot, ogniskowa, ognisko, źródło światła,

**Zadanie doświadczalne – D, zawody II stopnia, XXXVIII OF.**

W przypadku dwóch jednakowych soczewek cienkich, ustawionych tak jak na rys. 1, spełniona jest zależność:

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{y-a} = \frac{1}{F};$$

gdzie:  $x$  i  $y$  są odległościami przedmiotu i obrazu od soczewki,  $F$  i  $a$  są pewnymi stałymi dla danej konfiguracji soczewek.



Rys. 1.

Wielkości te zależą od ogniskowych soczewek  $f$  i ich wzajemnej odległości  $d$ . Wielkość  $F$  nosi nazwę ogniskowej układu.

Masz do dyspozycji:

- dwie jednakowe soczewki skupiające w oprawkach,
- źródło światła (żarówka od latarki) na statywie,
- ekran,
- linijkę,
- papier milimetrowy do wykonywania wykresów.

Obmyśl metodę wyznaczenia  $F$  i  $a$ . Podaj interpretację parametru  $a$ . Wykorzystując wyniki pomiarów oraz wiedząc, że ogniskowa soczewek  $f$  i ogniskowa układu  $F$  związane są zależnością:

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{f} - \frac{d}{f^2},$$

wyznacz wartość ogniskowej użytych do doświadczenia soczewek skupiających.

## Rozwiązanie

Z treści zadania wiadomo, że odległości przedmiotu  $x$  i obrazu  $y$  od soczewek (patrz rysunek) związane są zależnością:

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{y-a} = \frac{1}{F}. \quad (1)$$

Ponadto ogniskowa układu  $F$  związana jest z ogniskową soczewek  $f$  i ich odległością  $d$  wzorem:

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{f} - \frac{d}{f^2}, \quad (2)$$

Wzór (1) przyjmuje prostą postać gdy  $x = y$ . Oznaczając odpowiednie  $y$  przez  $y_1$  znajdujemy:

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{y_1 - a}. \quad (3)$$

Również gdy odległość przedmiotu od soczewek  $x$  jest bardzo duża wzór (1) przybiera prostą postać:

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{y_\infty - a}. \quad (4)$$

gdzie  $y_\infty$  oznacza odległość obrazu od soczewki gdy odległość przedmiotu jest bardzo duża („nieskończona”).

Z wzorów (3) i (4) dostajemy:

$$\begin{aligned} F &= y_1 - y_\infty, \\ a &= 2 \cdot y_\infty - y_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Wzory te stanowią podstawę wyznaczenia  $F$  oraz  $a$ .

Wzory te dały dość dokładne wyniki w przypadku gdy „nieskończona” odległość przedmiotu od soczewek  $x$  wynosi około 1 m.

Można jednak użyć dokładniejszych wzorów, nie zakładających, że odległość przedmiotu od soczewki jest bardzo duża. Oznaczając tę odległość przez  $x_2$  i odpowiadającą jej odległość obrazu przez  $y_2$  dostaniemy:

$$F = \frac{(y_1 - x_2) \cdot (y_2 - y_1)}{(y_2 - y_1) - (y_1 - x_2)}$$

oraz

$$a = \frac{y_1 \cdot (x_2 + y_2) - 2 \cdot x_2 y_2}{(y_1 - y_2) - (x_2 - y_1)}.$$

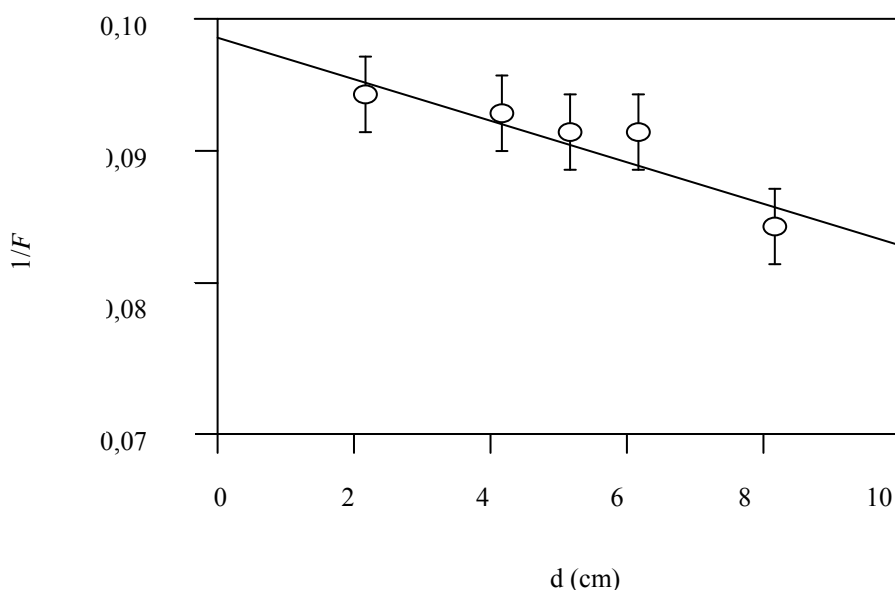
W dalszej analizie będziemy posługiwali się uproszczonymi wzorami (5).

Parametr  $a$  ma prostą interpretację fizyczną. Równanie (1) jest takie samo, jak równanie pojedynczej soczewki cienkiej. Wielkość  $F$  pełni rolę ogniskowej. Sugeruje to, by układ soczewek zastąpić jedną zastępczą soczewką cienką. Nie jest jednak jasne, w którym miejscu soczewka zastępcza mogła by być umieszczona. Równanie (1) pokazuje jednak, że odległość przedmiotu od soczewki zastępczej powinna różnić się od  $x$  (odległość przedmiotu od soczewki lewej) o pewną odległość  $a$ , również odległość obrazu od wypadkowej soczewki powinna różnić się od  $y$  (odległość obrazu od soczewki prawej) o taką samą odległość  $a$ . Tak więc nie jest możliwe zastąpienie układu dwóch soczewek przez jedną soczewkę zastępczą.

Do doświadczenia użyto dwóch soczewek płasko-wypukłych umocowanych w „koniach” z ławy optycznej. Jako źródło światła służyła żaróweczka od latarki zasilana baterią płaską. Obraz oglądany był na ekranie papierowym. Ekran ten ustawiono w takiej odległości od soczewek, by obraz świecącego włókna żarówki był możliwie ostry. Warunek ten dawał możliwość ustawienia ekranu z dokładnością do około 0,5 cm. Dla danej odległości między so-

czewkami (zmierzonej linijką) mierzono odległości przedmiotu (żaróweczki) i obrazu od soczewek. Na tej podstawie można było wyznaczyć  $y_1$  oraz  $y_\infty$ . Przykładowe wyniki podane są w tabeli I. Na tej podstawie sporządzono tabelkę wartości  $y_1$  i  $y_\infty$  dla danego  $d$  (tabela II). Każdy pomiar  $y_1$  i  $y_\infty$  powtórzono trzykrotnie i wzięto wartość średnią. Wielkości  $F$  i  $a$  obliczono ze wzorów (5).

Następnie wykonano wykres zależności  $\frac{1}{F}$  od  $d$ . Zgodnie ze wzorem (2) zależność ta jest liniową, co widać wyraźnie na wykresie (rys. 3). Ekstrapolacja tej prostej od  $d = 0$  daje wartość  $\frac{2}{f}$  (odwrotność ogniskowej pojedynczej soczewki), zgodni z wzorem (2). W danym przypadku otrzymano  $\frac{2}{f} = 0,096 \text{ cm}^{-1}$  co daje  $f = 21 \text{ cm}$ .



Rys. 2.

Na niepewności pomiarowe wyznaczonych wielkości  $F$ ,  $a$  i  $f$  zasadniczy wpływ mają niepewności pomiarowe mierzonych wielkości  $y_1$  i  $y_\infty$ . Pomiary odległości przedmiotu i ekranu od soczewek były obarczone niepewnościami pomiarowymi około 0,5 cm, wynikającą ze skończonej grubości soczewek. Dokładność ustawienia ekranu (aby uzyskać ostry obraz) była rzędu 0,6 cm. Ponadto wartość  $y_\infty$  wyznaczona była przy dużej, ale skończonej odległości przedmiotu od soczewek, co prowadzi do błędu systematycznego. Przy niepewności pomiarowej  $y_1$ ,  $y_\infty$  wynoszącym 0,5 cm niepewność pomiarowa  $F$  oraz  $a$  wynoszą 0,7 cm. Wartość ta jest nieco zaniżona ze względu na występowanie błędu systematycznego.

Tabela I

Przykładowe wyniki pomiarów  $x$  i  $y$ . Wszystkie wielkości podano w cm

$d = 2$									
$x$	100	80	60	40	30	23	20	19	
$y$	9,5	10	12,5	14	15	18	20	20,5	
$d = 6$									
$x$	116	52	34	30	26	21	19,5	18	15
$y$	9	10	13	13,5	15	17	19	20,5	24,5

Tabela II

Wyniki pomiarów  $y_\infty$  i  $y_1$  oraz wyznaczone wartości  $a$  i  $F$ . Wszystkie wartości podano w cm

$y_\infty$			$y_1$			$d$	$F$	$a$	$1/F$
9,2	9,4	9,2	20,0	19,8	19,9	2,0	10,6	-1,3	0,094
9,0	9,0	9,1	19,6	19,7	19,6	4,0	10,7	-1,6	0,093
8,6	8,8	8,5	19,5	19,6	19,6	5,0	10,9	-1,9	0,092
8,8	8,9	8,8	19,8	19,7	19,9	6,0	11,0	-2,3	0,091
8,0	8,1	7,8	19,8	19,8	19,7	8,0	11,7	-3,9	0,085

Znając wzór (2) można nieco inaczej poprowadzić pomiary, eliminując błąd systematyczny. Zauważyć można, że niezależnie od wartości  $d$  wielkość  $y_1$  jest równa ogniskowej pojedynczej soczewki. Jeśli bowiem przedmiot umieszczony jest w ognisku jednej soczewki to światło po przejściu przez tę soczewkę biegnie równoległe do osi optycznej. Druga soczewka skupia je w swoim ognisku. Ponieważ soczewki są jednakowe, to ognisko drugiej soczewki jest od niej oddalone o taką samą ogniskową  $f$ . Mając zmierzoną wartość  $y_1$  czyli  $f$ , oraz  $d$ , można wykorzystać wzór (2) do wyznaczenia  $\frac{1}{F}$ . Ze wzoru (3) wyznaczyć można  $a$ .

Korzystając z wyników pomiarów zawartych w tabeli II odczytujemy, dla przykładu dla  $d = 2$  cm:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{10} - \frac{2}{400} = 0,095 \text{ cm}^{-1}.$$

Stąd:

$$F = 10,5 \text{ cm}$$

$$a = -1,0 \text{ cm}.$$

Wartość ogniskowej pojedynczej soczewki wynosi, według tego pomiaru  $y_1$ , czyli 19,9 cm. Niepewność pomiarowa  $f$  jest tu równa niepewności pomiarowej  $y_1$ , czyli wynosi około 0,5 cm. Przy tak przeprowadzonym pomiarze dokładność jest lepsza.

### Proponowana punktacja

- |                                   |        |
|-----------------------------------|--------|
| 1. Za pomiary $x$ i $y$           | 5 pkt. |
| 2. Za wyznaczenia $F$ i $a$       | 6 pkt. |
| 3. Za wyznaczenie $f$             | 6 pkt. |
| 4. Za interpretacje parametru $a$ | 1 pkt. |
| 5. Za podanie rachunku błędów     | 2 pkt. |

### Wskazówki dla organizatorów

Do doświadczenia należy użyć soczewek skupiających o ogniskowej 10 – 20 cm. Mogą to być soczewki okularowe lub inne. Średnica soczewek nie powinna być mniejsza niż 2 cm. Soczewki powinny być zamocowane w oprawach umożliwiających ich równoległe ułożenie. Najlepiej nadają się do tego „konie” z ławy optycznej. Jako źródła światła najlepiej jest użyć żaróweczki od latarki. Nie należy używać latarki z lustrem odbłaskowym. Linijki do pomiaru odległości powinny być dostatecznie długie, najlepiej 50 cm. Sale powinny być przyciemnione.