XXXVI OLIMPIADA FIZYCZNA (1986/1987). Stopień III, zadanie teoretyczne – T3

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki: *Fizyka w Szkole* nr 5, 1987.

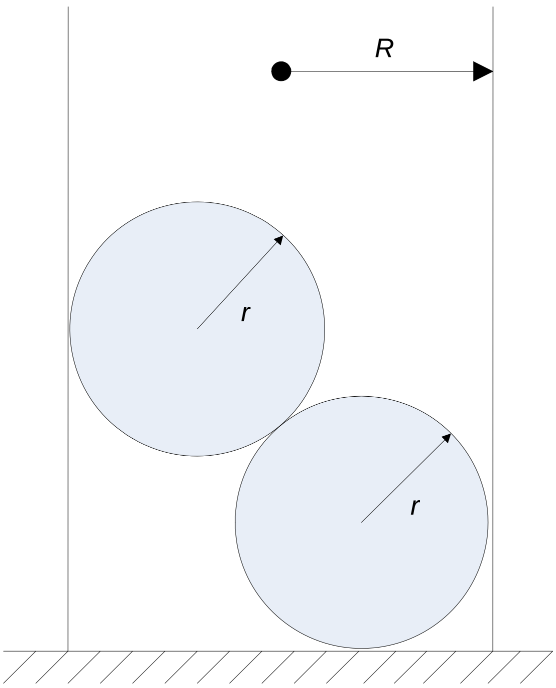
Nazwa zadania: Równowaga cienkościennej rury.

Działy: Mechanika, statyka.

Słowa kluczowe: warunek równowagi, ciężar, środek ciężkości, siła nacisku.

Zadanie teoretyczne – T3, zawody III stopnia, XXXVI OF.

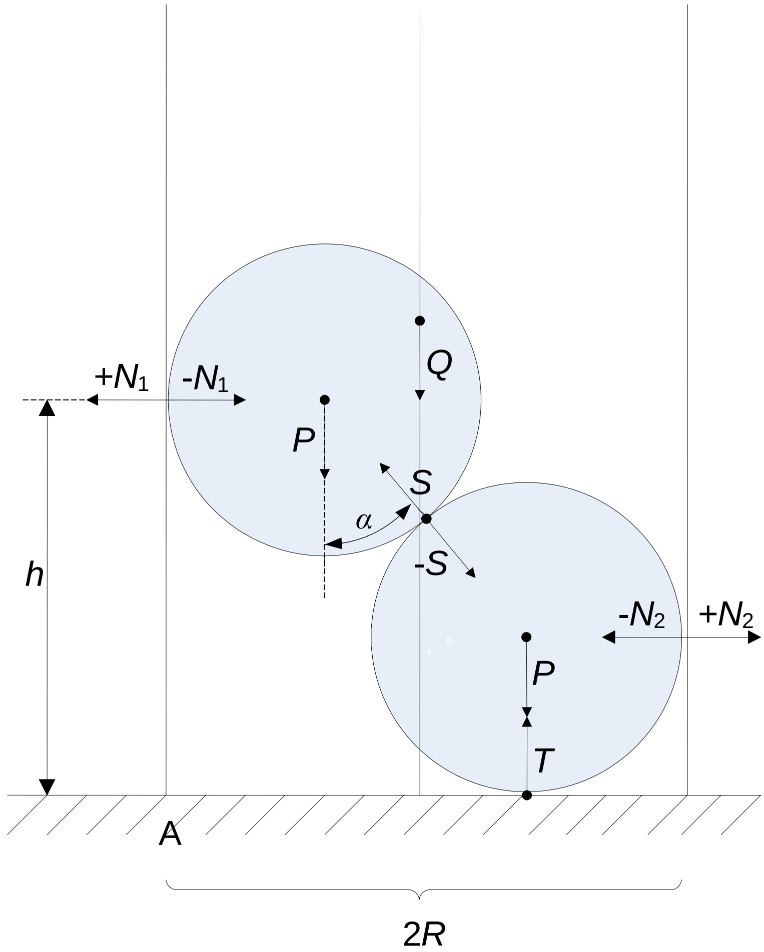
Cienkościenna, nieodkształcona rura o promieniu R stoi na poziomej płaszczyźnie. Do jej wnętrza włożono dwie sztywne jednorodne kule, każda o ciężarze P i promieniu r, przy czym $R > r > R/2$ (rys. 1). Wyznacz najmniejszy ciężar rury Q, przy którym nie ulegnie ona przechyleniu. Tarcie zaniedbujemy. Zakładamy, że rura jest jednorodna i z obu stron ucięta prostopadle do osi.



Rys. 1.

Rozwiązanie

Oznaczenia pokazane na rys. 2. Ciężary kul oznaczono przez P. Ciężar rurki działający wzdłuż osi rurki oznaczono przez Q. Pozostałe wektory oznaczają siły akcji i reakcji w punktach stykania się różnych ciał. Ze względu na brak tarcia siły te są zawsze prostopadłe do stykającej się powierzchni.



Rys. 2.

W granicznym przypadku tj. przed przechyleniem się i ewentualnym późniejszym przywróceniem, rurka naciska na podłoże tylko w punkcie A.
Warunek równowagi rurki:

$$N_1 h - QR - N_2 r = 0. \tag{1}$$

Warunek równowagi dla górnej kuli daje

$$N_1 = S\sin\alpha, \qquad P = S\cos\alpha,$$

zatem

$$N_1 = P\,\mathrm{tg}\alpha \ \text{ i } \ S = P/\cos\alpha.$$

Dla dolnej kuli w stanie równowagi

$$N_2 = S\sin\alpha = N_1 = P\,\mathrm{tg}\alpha.$$

Zachodzą też związki geometryczne

$$h = r + 2r\cos\alpha$$

oraz

$$2r\sin\alpha + 2r = 2R,$$

czyli

$$r\sin\alpha = R - r$$

Wstawiając do związku (1) wielkości N_1, N_2 i h dostajemy

$$P\,\mathrm{tg}\alpha \cdot r(1 + 2\cos\alpha) - QR - Pr\,\mathrm{tg}\alpha = 0.$$

Stąd

$$2Pr\,\mathrm{tg}\alpha\,\cos\alpha - QR = 0.$$

Ale

$$R - r = r\sin\alpha,$$

a zatem

$$Q = 2P\left(1 - \frac{r}{R}\right).$$

Uwagi

Zadanie powyższe nie było trudne. Około 50% zawodników rozwiązało je dobrze lub bardzo dobrze. Dominowały błędy rachunkowe.