

**XXXVI OLIMPIADA FIZYCZNA (1986/1987). Stopień W, zadanie teoretyczne – T1-A.**

**Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej,  
Fizyka w Szkole nr 3, 1987

**Autor:** Waldemar Gorzowski

**Nazwa zadania:** Na Księżycu

**Działy:** Astronomia i grawitacja

**Słowa kluczowe:** Okres obrotu Księżyca

**Zadanie teoretyczne – T1-A, zawody stopnia wstępnego, XXXVI OF**

Na powierzchni Księżyca, na skutek izotropowego padania na jego powierzchnię meteorytów, utworzyła się warstwa pyłu o grubości 1 m i gęstości  $d = 2 \text{ g/cm}^2$ . Oblicz względną zmianę okresu obrotu Księżyca wokół jego osi, związaną z osadzeniem się pyłu przyjmując, że promień Księżyca  $R$  wynosi 1740 km, a jego średnia gęstość  $d$  jest równa  $3,35 \text{ g/cm}^3$ . Przyjmujemy, że Księżyc jest jednorodną kulą.

**Rozwiązanie**

Zgodnie z warunkami zadania osiadanie pyłu na Księżycu nie zmienia jego momentu pędu. Zatem

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

Gdzie  $I_1$  i  $I_2$  oznaczają momenty bezwładności Księżyca przed i po pokryciu jego powierzchni pyłem.  $\omega_1$  i  $\omega_2$  oznaczają odpowiednie prędkości kątowe powiązane z okresami obrotu wzorami

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1},$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$$

Warstwa pyłu jest bardzo cienka w porównaniu z promieniem Księżyca. Możemy więc warstwę pyłu traktować jako powłokę o zerowej grubości (i jednorodną, zgodnie z warunkiem zadania). Moment bezwładności  $I_2$  jest sumą momentu  $I_1$  oraz momentu bezwładności powłoki:

$$I_2 = I_1 + I_P$$

Zatem

$$I_1 \frac{2\pi}{T_1} = (I_1 + I_P) \frac{2\pi}{T_2}$$

Stąd względna zmiana okresu wynosi

$$\delta = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{I_P}{I_1}$$

Mamy

$$I_1 = \frac{2}{5} M R^2 \qquad I_P = \frac{2}{3} m R^2$$

gdzie  $M$  oznacza masę Księżyca a  $m$  – masę pyłu.

Mamy:

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$m = 4\pi R^2 h \rho_p$$

Zatem:

$$\delta = \frac{5 h \rho_p}{R \rho} \quad (\approx 1,72 \cdot 10^{-6})$$