XXXV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY
Zadanie teoretyczne

Rozwiąż dowolnie przez siebie wybrane dwa zadania spośród poniższych trzech.

ZADANIE T3

Nazwa zadania: „Kuliste bąbelki powietrza w nieskończonej cieczy"

A) Jaka siła działa na każdy z dwóch kulistych bąbelków powietrza o promieniach r_1 i r_2 oddalonych o $R > r_1 + r_2$ w jednorodnej, nieskończonej cieczy o gęstości ρ w stanie nieważkości?

Nazwa zadania: „Moment bezwładności płytki"

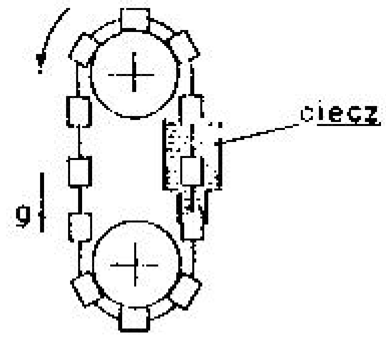
Dla uproszczenia przyjmujemy, że gęstość powietrza jest równa zeru.

B) Dana jest cienka płaska płytka dowolnego kształtu, niekoniecznie jednorodna i leżący na niej punkt 0. Udowodnij następujące twierdzenie:

Na to aby moment bezwładności płyty względem wszystkich osi leżących w jednej płaszczyźnie i przechodzących przez punkt 0 był taki sam, potrzeba i wystarcza aby moment bezwładności tej płyty względem pewnych trzech różnych osi zawierających punkt 0 były jednakowe.

Nazwa zadania: „Urządzenie (takie cacko)"

C) Pokazane na rys.9 urządzenie



rys. 9

a) będzie stale obracać się w kierunku zaznaczonym strzałką
b) nie będzie poruszać się samoistnie
c) będzie przez pewien czas poruszać się w kierunku przeciwnym do zaznaczonego strzałką.

Przyjmujemy ze na początku urządzenie nie poruszało się i że tarcie jest małe.

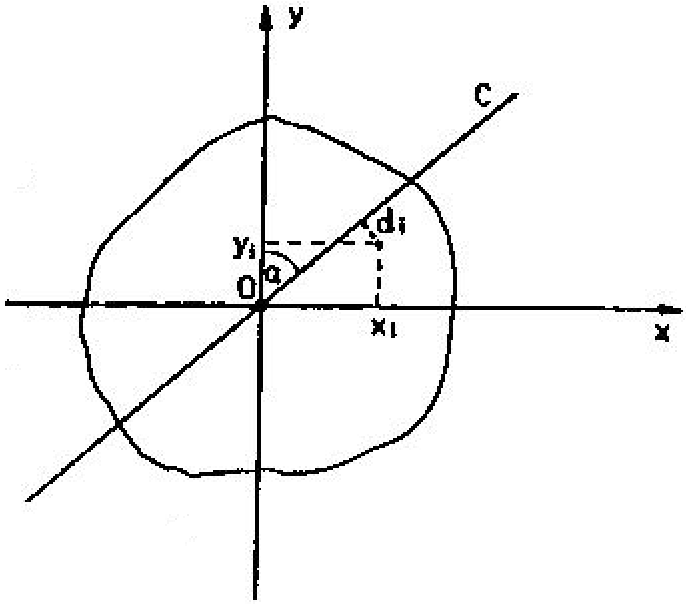
ROZWIĄZANIA ZADANIA T3

A) Jeśli jeden z bąbelków został zastąpiony przez ciecz, to na drugi nie działałaby żadna siła. Zatem z zasady superpozycji, siła działająca na drugi bąbelek a pochodząca od całej otaczającej cieczy jest równa ze znakiem minus sile, z jaką na drugi bąbelek działa kulka cieczy wypełniająca pierwszy bąbelek. Podobnie siłę działającą na bąbelek można zastąpić, ze zmianą znaku, siłą działającą na wypełniającą go kulkę cieczy. Wynika stąd że bąbelki przyciągają się z siłą

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{R^2}$$

gdzie m_1 i m_2 oznaczają masy cieczy wypartej przez bąbelki.

B) Konieczność warunku jest oczywista. Udowodnimy jego dostateczność. Wprowadźmy układ współrzędnych zgodnie z rys. i rozważmy oś C w płaszczyźnie płyty i tworzącą kat α z osią y. Na rysunku zaznaczono punkty płyty o masie m_i i współrzędnych (x_i, y_i).



Jego odległość od osi C wynosi

$$d_i = | x_i \cos\alpha - y_i \sin\alpha |$$

Moment bezwładności względem osi C wynosi zatem

$$B(\alpha) = B_c = \sum m_i d^2 = B_x \sin^2\alpha + B_y \cos^2\alpha - B_{xy} \sin 2\alpha$$

gdzie $B_x = \sum m_i y^2$ i $B_y = \sum m_i x^2$ są momentami bezwładności płyty względem osi x i y, a $B_{xy} = \sum m_i x_i y_i$. Zgodnie z zad. 1 A z zawodów III stopnia XXVI Olimpiady Fizycznej układ współrzędnych (0,x,y) można zawsze dobrać tak, $B_x = B_y$. Możemy przyjąć, że układ współrzędnych został tak właśnie obrany. Wtedy

$$B(\alpha) = B_x - B_{xy} \sin 2\alpha$$

Niech C_1, C_2 i C_3 oznaczają trzy różne osie przechodzące prze punkt 0 i takie, że $B_{C_1} = B_{C_2} = B_{C_3}$. Wtedy dla pewnych trzech parami różnych kątów α_1 , α_2 i $\alpha_3 \in [0,\pi)$ mają miejsce równości

$$B_x - B_{xy} \sin 2\alpha_1 = B_x - B_{xy} \sin 2\alpha_2 = B_x - B_{xy} \sin 2\alpha_3$$

Stąd

$$B_{xy} \sin 2\alpha_1 = B_{xy} \sin 2\alpha_2 = B_{xy} \sin 2\alpha_3$$

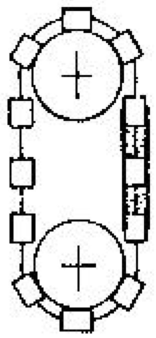
Gdyby $B_{xy} \neq 0$, to wynikałoby stąd, że dla trzech równych kątów α_1 spełnione były zależności

$$\sin 2\alpha_1 = \sin 2\alpha_2 = \sin 2\alpha_3$$
$$0 \le 2\alpha_1, 2\alpha_2, 2\alpha\upsilon < 2\pi$$

co jest niemożliwe. Zatem $B_{xy} = 0$, a eięc

$$B(\alpha) = B_x$$

C) Oczywiście działanie urządzenia nie zależy od szerokości naczynia po prawej stronie, byle tylko mieściły się w nim narysowane walce. Niech więc szerokość naczynia będzie równa średnicy walców – rys. jest zupełnie oczywiste, zże układ będzie się obracał przeciwnie do kierunku zaznaczonego strzałką, woda z obszarów miedzy walcami wydostanie się na zewnątrz i urządzenia po pewnym czasie zatrzyma się w skutek tarcia (choć by było bardzo małe).



Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF"

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl