

### XXXI OLIMPIADA FIZYCZNA (1981/1982). Stopień II, zadanie teoretyczne – T2.

**Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;  
Andrzej Kotlicki, Andrzej Nadolny, Krystyna Pniewska:  
Olimpiady Fizyczne XXIX – XXXI, WSiP, Warszawa 1986  
Fizyka w Szkole nr 4, 1982;

**Nazwa zadania:** Indukcyjność zastępcza dwóch cewek

**Działy:** Elektryczność, magnetyzm

**Słowa kluczowe:** Indukcyjność, współczynnik indukcji wzajemnej, samoindukcja, cewka, siła elektromotoryczna, natężenie prądu, reguła Lenza,

#### Zadanie teoretyczne – T2, zawody teoretyczne II stopnia, XXXI OF.

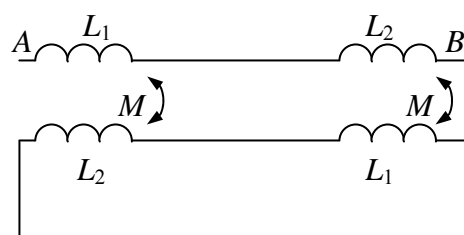
Dwie cewki z prądem mogą oddziaływać wzajemnie w ten sposób, że zmiany prądu w jednej cewce wywołują powstanie siły elektromotorycznej w drugiej cewce i na odwrót. Miarą tego oddziaływania jest współczynnik indukcji wzajemnej  $M > 0$ . Dodatkowa siła elektromotoryczna indukowana w pierwszej cewce wynosi:

$$\pm M \frac{dI_2(t)}{dt},$$

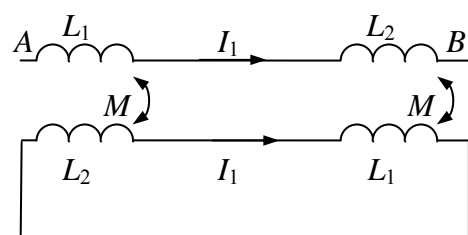
a w drugiej:

$$\pm M \frac{dI_1(t)}{dt},$$

gdzie:  $I_1(t)$  oraz  $I_2(t)$  oznaczają natężenia prądów odpowiednio w pierwszej i w drugiej cewce. Znaki indukowanych sił elektromotorycznych spełniają regułę Lenza. Korzystając z powyższych informacji, wyznacz indukcyjność zastępczą  $L_{AB}$  układu przedstawionego na rysunku 1.



Rys. 1



Rys. 2

Kierunki uzwojeń i położenia cewek jak na rysunku.

Czy wynik ulegnie zmianie i jak, jeśli w jednej z cewek zmienimy zaznaczony kierunek uzwojeń na przeciwny?  $L_1$  i  $L_2$  oznaczają indukcyjność cewek,  $M$  – współczynnik indukcji wzajemnej w jednej i drugiej parze cewek; między tymi parami cewek bezpośrednie oddziaływanie nie występuje.

#### Rozwiązanie

Oznaczmy kierunek prądu jak na rysunku 2. Suma sił elektromotorycznych w obwodzie zamkniętym (dolne oczko) jest równa zeru:

$$-(L_1 + L_2) \frac{dI_2}{dt} \pm 2M \frac{dI_1}{dt} = 0. \quad (1)$$

Siła elektromotoryczna indukowana między punktami A i B wynosi

$$E_{AB} = -(L_1 + L_2) \frac{dI_1}{dt} \pm 2M \frac{dI_2}{dt}. \quad (2)$$

Z prawa Lenza wynika, że we wzorach (1) i (2) należy wziąć ten sam znak – górny albo dolny, w zależności od kierunku uzwojeń. Z zależności (1) i (2) otrzymujemy

$$E_{AB} = -(L_1 + L_2) \frac{dI_1}{dt} \pm 2M \left( \pm \frac{2M}{L_1 + L_2} \right) \frac{dI_1}{dt} = - \left( L_1 + L_2 - \frac{4M^2}{L_1 + L_2} \right) \frac{dI_1}{dt}.$$

Ponieważ zaś

$$E_{AB} = -L_{AB} \frac{dI_1}{dt},$$

więc

$$L_{AB} = L_1 + L_2 - \frac{4M^2}{L_1 + L_2}.$$

W przypadku zmiany kierunku uzwojeń w jednej z cewek na przeciwny, siły elektromotoryczne indukcji wzajemnej generowane w obu parach cewek będą miały przeciwne znaki, a zatem będą się znosiły. Dotyczy to zarówno obwodu AB jak i dolnego oczka. W oczku tym nie popłynie, więc prąd. Wzór (2) przyjmuje w tym przypadku postać

$$E_{AB} = -(L_1 + L_2) \frac{dI_1}{dt}.$$

Stąd

$$L_{AB} = L_1 + L_2.$$

W podanym rozwiązaniu nie stosowano żadnych założeń, co do zależności czasowej prądów. Jest ono, więc ogólnie słuszne - zarówno dla prądów opisywanych sinusoidalną, bądź inną okresową funkcją czasu, jak też dla przebiegów nieperiodycznych.

### Uwagi

Zadanie to wypadło stosunkowo dobrze. Być może przyczynił się do tego fakt, że podobny, lecz prostszy problem jest przedstawiony w książce W. Gorzowskiego *25 lat Olimpiad Fizycznych*, WSiP, Warszawa 1979. Mimo to wielu uczestników miało trudności z właściwym doбором znaków, często kierowano się intuicją. Ciekawą jest rzeczą, że więcej błędów zdarzało się w analizie przypadku ze zmienionym kierunkiem uzwojeń – nie zauważano, że prąd w dolnym oczku wówczas nie płynie. Najpoważniejszym jednak błędem, jaki się zdarzał, było przyjmowanie różnej wartości natężenia prądu płynącego w cewkach połączonych szeregowo. Niektórzy zawodnicy, prawdopodobnie uczniowie techników, rozpatrywali zachowanie się układu dla prądu przemiennego. Przy poprawnym rozwiązaniu problemu uzyskane wyniki były oczywiście identyczne z otrzymanymi powyżej.