XXXI OLIMPIADA FIZYCZNA (1981/1982). Stopień wstępny, zad. doświadczalne – D2

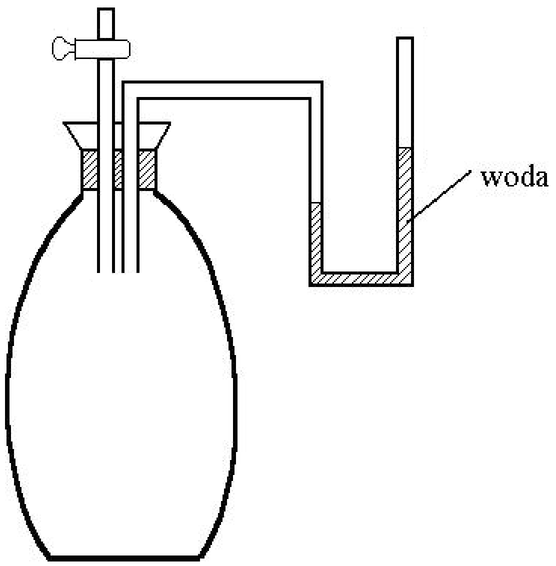
Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Andrzej Nadolny, Krystyna Pniewska:
Olimpiaday Fizyczne XXIX – XXXI. WSiP, Warszawa 1986, s. 157, 160 – 162.

Nazwa zadania: Wyznaczanie stosunku ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości metodą Clementa i Desormes’a

Działy: Termodynamika
Słowa kluczowe: powietrze, ciepło właściwe, objętość, przemiana adiabatyczna, izochoryczna, ciśnienie atmosferyczne, równanie Clapyerona, ciśnienie gazu, kappa, metoda Clementa i Desormes’a, manometr, naczynie, szklany balon.

Zadanie doświadczalne – D2, zawody stopnia wstępnego, XXXI OF

Wykorzystując duże naczynie szklane, np. duży szklany balon, zestaw układ doświadczalny pokazany na rysunku 1. Następnie korzystając ze zbudowanego układu wyznacz wartość stosunku c_p/c_v (ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości) dla powietrza.



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego.

Rozwiązanie

Stosunek $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$ występuje w równaniu adiabaty

$$pV^{\kappa} = const. \tag{1}$$

Nasuwa to pomysł wykorzystania przemiany adiabatycznej. W będącym do dyspozycji układzie można tę przemianę zrealizować w sposób następujący. Przez kran (zamiast kranu można tez użyć np. rurki gumowej z zaciskaczem) wdmuchujemy do balonu nieco powietrza i czekamy, aż układ dojdzie do równowagi termicznej i ustali się wskazanie manometru. Temperatura powietrza wewnątrz balonu jest w tym stanie równa temperaturze zewnętrznej T_1, ciśnienie zaś wynosi

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1$$

gdzie p_0 – ciśnienie atmosferyczne, $\rho g h_1$ – różnica ciśnień wskazywana przez manometr ($\rho g h_1 \ll p_0$), ρ – gęstość wody w manometrze. Teraz otwieramy kran i wypuszczamy powietrze z balonu aż do wyrównania ciśnień wewnątrz i na zewnątrz balonu, po czym szybko zamykamy kran. Jeśli objętość balonu jest odpowiednio duża, zmianę objętości związaną z funkcjonowaniem manometru można zaniedbać. Ponieważ proces odbywa się tak szybko, że nie zdąży zajść wymiana ciepła między gazem a ściankami balonu, przemianę gazową można uznać za adiabatyczną (ubytek gazu z balonu przy $\rho g h_1 \ll p_1$ zaniedbywalny). W wyniku tej przemiany ciśnienie gazu spada do p_0, a temperatura obniża się do T_2. Dalej, po zamknięciu kranu temperatura stopniowo powraca w przemianie izochorycznej do temperatury otoczenia T_1, przy czym ciśnienie wzrasta do wartości

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2 \tag{2}$$

gdzie $\rho g h_2$ jest różnicą ciśnień wskazywaną przez manometr w stanie końcowym. Ta metoda wyznaczania stosunku c_p/c_v nosi nazwę metody Clementa i Desomers'a.

Wykonamy teraz analizę teoretyczną obserwowanych procesów. Przemiana izochoryczna opisywana jest w omawianym przypadku równaniem

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{3}$$

Na podstawie równań (2) i (3) mamy

$$\rho g h_2 = p_0 \frac{T_1 - T_2}{T_2}$$

skąd

$$T_1 - T_2 = \frac{\rho g h_2}{p_0} T_2. \tag{4}$$

Pamiętamy, że $T_2 - T_1 = \Delta T$ jest równe przyrostowi (ujemnemu) temperatury w przemianie adiabatycznej, przeanalizujemy więc teraz przemianę adiabatyczną. Z pierwszej zasady termodynamiki wynika, że przyrost energii wewnętrznej gazu ΔU w przemianie adiabatycznej jest równy wykonanej nad gazem pracy W:

$$\Delta U = W \tag{5}$$

W naszym przypadku, ponieważ zachodzą bardzo niewielkie zmiany ciśnienia i objętości gazu, a także temperatury, możemy przyjąć

$$W = -p\Delta V.$$

(ΔV – przyrost objętości gazu). Z drugiej strony przyrost energii wewnętrznej gazu w dowolnym procesie, w którym temperatura gazu wzrasta o ΔT, można określić jako

$$\Delta U = n\, c_v\, \Delta T, \tag{6}$$

gdzie n jest liczbą moli.

Ze wzorów (5) i (6) mamy

$$p\Delta V = -\, n\, c_v\, \Delta T. \tag{7}$$

Skorzystamy teraz z różniczkowej postaci równania Clapeyrona

$$p\Delta V + V\Delta p = nR\Delta T, \tag{8}$$

gdzie R jest uniwersalną stałą gazową.

Po podstawieniu wyrażenia (7), równanie (8) przyjmuje postać

$$V\Delta p = n(c_v + R)\Delta T. \tag{8}$$

Po skorzystaniu ze związków

$$V = -\frac{nRT}{p} \qquad \text{i} \qquad c_v + R = c_p$$

mamy

$$R\frac{\Delta p}{p} = c_p\frac{\Delta T}{T} \tag{9}$$

W naszym doświadczeniu

$$\Delta p = p_0 - p_1 = -h_1$$

oraz

$$\Delta T = T_2 - T_1.$$

Korzystamy więc z równania (4), zastąpiwszy uprzednio po jego prawej stronie T_2 przez T oraz p_0 przez p (uzasadnione, ponieważ $\Delta T \ll T$, $\Delta p \ll p$). W rezultacie na podstawie (9) otrzymujemy

$$\frac{c_p}{R} = \frac{h_1}{h_2}$$

Teraz możemy już wyznaczyć poszukiwaną wielkość

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - R}$$

jako

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \tag{10}$$

Ten sam wzór można wyprowadzić również inną metodą – na podstawie równania adiabaty (1) oraz równania Clapeyrona; również i w tym przypadku trzeba dokonywać uproszczeń.

Widzimy, że w celu wyznaczenia wartości κ wystarczy zmierzyć różnicę ciśnień h_1 i h_2 wskazywane przez manometr. Ze względu na postać końcowego wzoru (10) nie jest przy tym wymagana bezwzględna wartość h_1 i h_2. Wystarczy po prostu mierzyć różnicę poziomów cieczy w manometrze i to niezależnie od użytej cieczy: ten sam czynnik skalujący wystąpi w liczniku i mianowniku, a więc się skróci (κ jest oczywiście liczbą bezwymiarową).