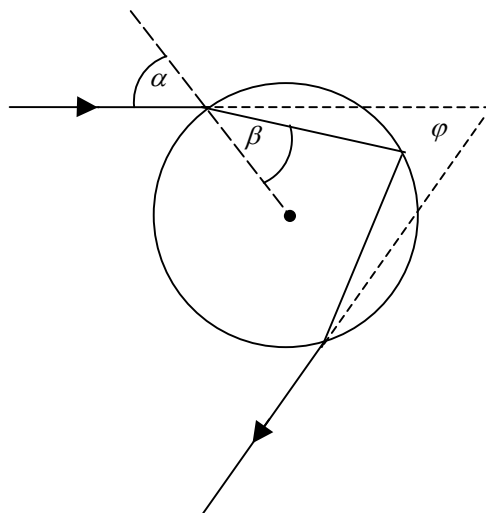


XXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA (1978/1979). Stopień W, zadanie teoretyczne – T1-C.

Źródło:	Komitety Główny Olimpiady Fizycznej, Olimpiada Fizyczna XXVII i XXVIII, WSiP Warszawa 1983
Autor:	Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki
Nazwa zadania:	Wewnętrzne odbicie światła
Działy:	Optyka
Słowa kluczowe:	współczynnik załamania światła, wewnętrzne odbicie, promień świetlny, walec

Zadanie teoretyczne – T1-C, zawody stopnia wstępnego, XXVIII OF.

Na jednorodny przezroczysty walec o współczynniku załamania n , w płaszczyźnie prostopadłej do osi walca pada promień świetlny, który wewnątrz walca ulega jednokrotnemu wewnętrznemu odbiciu - rysunek 1. Wyznacz ekstremalną wartość kąta odchylenia φ . Przedyskutuj wynik.



Rys. 1.

Rozwiązanie

Obliczając pochodną φ po α dostajemy:

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = 4 \frac{d\beta}{d\alpha} - 2.$$

W ekstremum ma być spełniony związek $d\varphi/d\alpha = 0$, czyli:

$$2 \frac{d\beta}{d\alpha} - 1 = 0.$$

$d\beta/d\alpha$ obliczamy z prawa Snelliusa. Mamy:

$$\cos \alpha = n \cos \beta \frac{d\beta}{d\alpha},$$

stąd

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{\cos \alpha}{n \cos \beta}.$$

Zatem w ekstremum musi zachodzić związek

$$2 \frac{\cos \alpha}{n \cos \beta} - 1 = 0,$$

stąd po prostych rachunkach po wykorzystaniu prawa Snelliusa otrzymujemy:

$$\sin^2 \alpha = (4 - n^2) / 3.$$

Wobec tego

$$\sin^2 \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{n^2} = \frac{4 - n^2}{3n^2},$$

a więc

$$\alpha = \arcsin \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}} \text{ oraz } \beta = \arcsin \sqrt{\frac{4 - n^2}{3n^2}}.$$

I ostatecznie

$$\varphi = 4 \arcsin \sqrt{\frac{4 - n^2}{3n^2}} - 2 \arcsin \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}.$$

Jest rzeczą interesującą, że dla określonej wartości n można otrzymać $\varphi = 0$, a więc odwrócenie biegu promieni. Czytelnikowi pozostawiamy znalezienie tej wartości np. metodą graficzną.