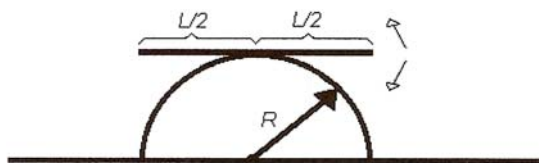


XXVII OLIMPIADA FIZYCZNA(1977/1978). Stopień I , zadanie teoretyczne – T3.**Źródło:** Fizyka w szkole nr 4 , 1978**Autor:** Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki**Nazwa zadania:** Drgająca deseczka**Działy:** Mechanika**Słowa kluczowe:** deska, półwalec, drgania**Zadanie teoretyczne - T3 , zawody stopnia I, XXVII OF.**

Na nieruchomym, poziomym półwalcu o promieniu R umieszczono jednorodną, cienką, płaską deskę o długości L (rys.1). Deska jest oparta o walec w swym środku geometrycznym i jest prostopadła do osi półwalca. Deskę wprowadzono w drgania w płaszczyźnie prostopadłej do osi walca w taki sposób, że między deską a powierzchnią walca nie ma poślizgu.

- Wykaż, że dla małych amplitud drgania te są drganiami harmonicznymi i wyznacz ich okres.
- Wyznacz minimalny współczynnik tarcia f prętem a półwalcem, przy którym możliwe są drgania bez poślizgu o amplitudzie kątowej θ .



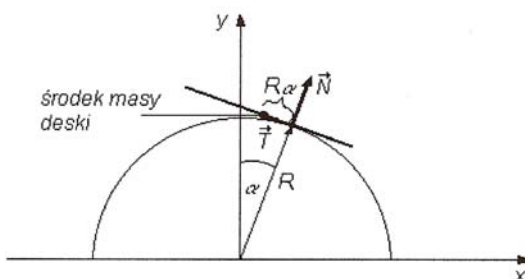
Rys.1

Rozwiązanie

Współrzędne środka masy deski (rys.2) wynoszą:

$$x_0 = r \sin \alpha - \alpha R \cos \alpha$$

$$y_0 = R \cos \alpha = \alpha R \sin \alpha$$



Rys. 2

Przyspieszenie środka masy jest zatem równe:

$$x_0 = R(\sin \alpha + \alpha \cos \alpha)x_0'' + \alpha R \sin \alpha x_0'$$

$$y_0 = R(\cos \alpha - \alpha \sin \alpha)y_0'' + \alpha R \cos \alpha y_0'$$

Kropką oznaczono tu różniczkowanie po czasie, dwoma kropkami różniczkowanie dwukrotne po czasie.

Niech $\vec{N}$ oznacza reakcję półwalca, a $\vec{T}$ - tarcie w punkcie podparcia. Równania ruchu mają postać:

$$1) m\ddot{x}_0 = N \sin \alpha - T \cos \alpha$$

$$2) m\ddot{y}_0 = N \cos \alpha + T \sin \alpha - mg$$

$$3) I \ddot{\alpha} = -NR\alpha$$

I oznacza tu moment bezwładności deski względem punktu podparcia, a m - jej masę. Ponieważ $N \sim mg$, więc $x_0 \sim y_0 \sim \alpha$. W najniższym rzędzie względem α równania te redukują się do

$$4) 0 = -T,$$

$$5) 0 = N - mg,$$

$$6) I \ddot{\alpha} = -NR\alpha,$$

stąd

$$I = -mgR\alpha \qquad I = \frac{1}{12}mL^2.$$

Jest to równanie drgań harmoniczných. Szukany okres drgań wynosi:

$$T = \pi L \sqrt{\frac{1}{3Rg}}.$$

Równania : pierwsze i trzecie w punkcie zwrotnym $\alpha = \theta$ mają postać ($\alpha = 0$)

$$mR\theta\ddot{\alpha} = N \sin \theta - T \cos \theta$$

$$\frac{T}{N} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \left[1 + \frac{mR^2}{I} \theta^2 \right]$$

Zatem minimalny współczynnik tarcia

$$f = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \left[1 + \frac{mR^2}{I} \theta^2 \right].$$

Zadanie powyższe okazało się zadaniem dość trudnym przede wszystkim ze względów rachunkowych.