

XXVII OLIMPIADA FIZYCZNA (1977/1978). Stopień I, zadanie teoretyczne – T1

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej,
Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki: *Fizyka w Szkole* nr 3, 1980;
Waldemar Gorzkowski: *Olimpiady Fizyczne XXVII i XXVIII*. WSiP, Warszawa 1983, str. 26 – 28.

Nazwa zadania: Ruch kulki na równi z uwzględnieniem tarcia potoczystego i posuwistego¹

Działy: Mechanika, dynamika

Słowa kluczowe: tarcie statyczne, kinetyczne, potoczyste, poślizgowe, współczynnik, prędkość liniowa, kątowa, przyspieszenie, ruch postępowy, obrotowy, siła, moment siły, II zasada dynamiki Newtona, moment bezwładności, kulka, równia pochyła, toczenie, staczanie się

Zadanie teoretyczne – T1, zawody I stopnia, XXVII OF

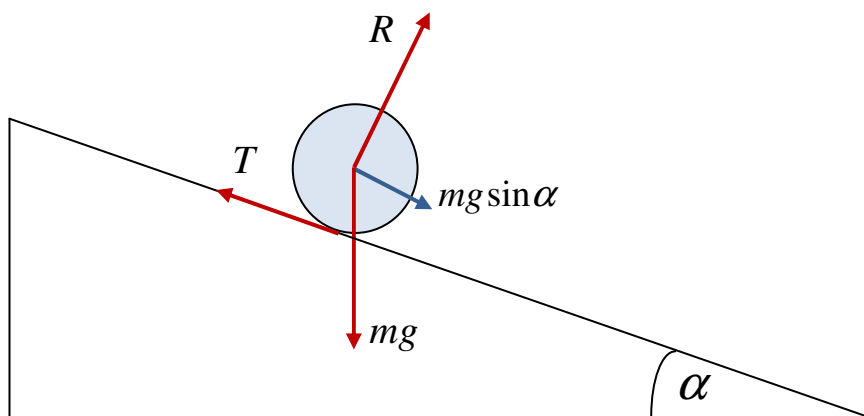
Na równi o kącie nachylenia α znajduje się kulka o promieniu r . Współczynnik tarcia posuwistego kulki o równię wynosi f , natomiast współczynnik tarcia potoczystego jest równy k . Początkowo kulka jest nieruchoma – kulkę przytrzymujemy.

Opisz ruch kulki po jej zwolnieniu w przypadku gdy $fr < k$. Jak prędkość liniowa i kątowa zależą od czasu? Przedyskutuj wyniki.

Rozwiązanie

Gdyby ruch kulki odbywał się bez poślizgu, to moment siły tarcia posuwistego musiałby być nie mniejszy niż maksymalny moment siły tarcia potoczystego (rys. 1)

$$Tr \geq kmg \cos \alpha.$$



Rys. 1 (R – siła sprężystości podłoża (reakcji)).

¹ Porównaj zadania o podobnej tematyce z olimpiad: XX OF, st. II – zad. T1: *Ruch kulki na równi bez poślizgu*; XXI OF; st. I – zad. T3: *Prędkość kulki staczającej się z równi pochyłej*; XXII OF, st. II – zad. D: *Wyznaczanie współczynnika tarcia kulki stalowej o szkło*; VI MOF, – zad. T1: *Ruch walców staczających się z równi*; XXIV OF, st. II – zad. D2 (dodatkowe): *Wyznaczanie współczynnika tarcia posuwistego rurki o równię*; XXVII OF, st. III – zad. T2: *Opis ruchu kulki z uwzględnieniem tarcia posuwistego i potoczystego*; XXX OF, st. I – zad. T4: *Analiza ruchu z równi kulki z tarciem tocznym*; XXXI OF; st. wstępny – zad. D1: *Wyznaczanie współczynnika statycznego tarcia potoczystego stali o szkło*.

Wiemy jednak, że musi zachodzić nierówność

$$T \leq fmg \cos \alpha.$$

Z nierówności tych wynika, że musiałby zachodzić związek

$$rfmg \cos \alpha \geq kmg \cos \alpha,$$

czyli

$$rf \geq k$$

wbrew warunkom podanym w treści zadania. Zatem ruch bez poślizgu jest niemożliwy.

Równanie ruchu dla środka kulki w kierunku równoległym do równi jest następujące

$$ma = mg \sin \alpha - T. \quad (1)$$

Równanie ruchu obrotowego względem środka kulki jest

$$\frac{2}{5}mr^2\varepsilon = Tr - M, \quad (2)$$

gdzie: a i ε oznaczają odpowiednio przyspieszenie liniowe i kątowe kulki, M – moment siły tarcia potoczystego.

Ze względu na związek $k > fr$ po prawej stronie wzoru (2) mamy zero. (Moment M osiąga wartość Tr nie dochodząc do swej wartości maksymalnej równej $M_{\max} = kmg \cos \alpha$. Zatem $\varepsilon = 0$. Wynika stąd, że kulka nie będzie się obracać, gdyż nie obracała się w chwili początkowej.

Prawa strona wzoru (1) nie może mieć wartości ujemnej, bo tarcie nie może popychać kulki w górę. Zatem poniżej kąta α określonego wzorem

$$mg \sin \alpha_0 = fmg \cos \alpha_0$$

czyli

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = f,$$

siła tarcia T będzie równa $mg \sin \alpha$. Przyspieszenie kulki będzie wtedy równe zero.

Ponieważ kulka początkowo spoczywała, więc będzie w tym wypadku spoczywać cały czas. Natomiast powyżej kąta α_0 przyspieszenie kulki będzie równe

$$a = g (\sin \alpha - f \cos \alpha).$$

Prędkość kulki będzie się wtedy zmieniać według wzoru

$$v = g (\sin \alpha - f \cos \alpha)t.$$

Wydaje się, że w zadaniu powyższym najwięcej trudności sprawiło uczestnikom samo pojęcie tarcia potoczystego, a przede wszystkim to, że moment tarcia potoczystego nie musi być równy swej wartości maksymalnej wynoszącej $kmg \cos \alpha$.

Jest to analogiczne do oczywistego faktu, że siła tarcia posuwistego nie musi być równa maksymalnej swej wartości fP (gdzie P oznacza nacisk). Wiadomo, że jeżeli próbujemy poruszyć jakieś ciało siłą mniejszą od maksymalnej siły tarcia, to ruch ciała byłby przeciwny do zwrotu siły z jaką działamy. Jest to oczywiście nieprawda.

Czytelników zainteresowanych zjawiskiem tarcia potoczystego (tocznego) odsyłamy do *Encyklopedii Fizyki*.