

XXV OLIMPIADA FIZYCZNA (1975/1976). Stopień III, zadanie teoretyczne – T2.

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Andrzej Szymacha: Olimpiada fizyczna XXV i XXVI, WSiP, Warszawa 1979

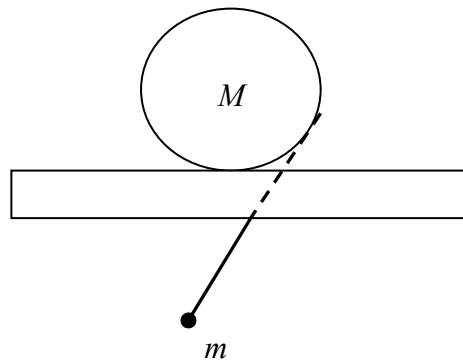
Nazwa zadania: Ruch walca z ciężarkiem po szynach.

Działy: Mechanika

Słowa kluczowe: siła, współczynnik tarcia, ruch bez poślizgu, potoczysty, przyspieszenie, kątowne, moment sił, nacisk, stosunek mas

Zadanie teoretyczne - T2, zawody teoretyczne III stopnia, XXV OF.

Na poziomych równoległych szynach znajduje się walec z nawiniętą nitką, na której końcu przymocowany jest ciężarek. Początkowo walec jest przytrzymywany i układ walec + ciężarek nie porusza się. W pewnej chwili walec zwolniono. Po pewnym czasie oś walca uzyskała stałe przyspieszenie a (rys. 1).



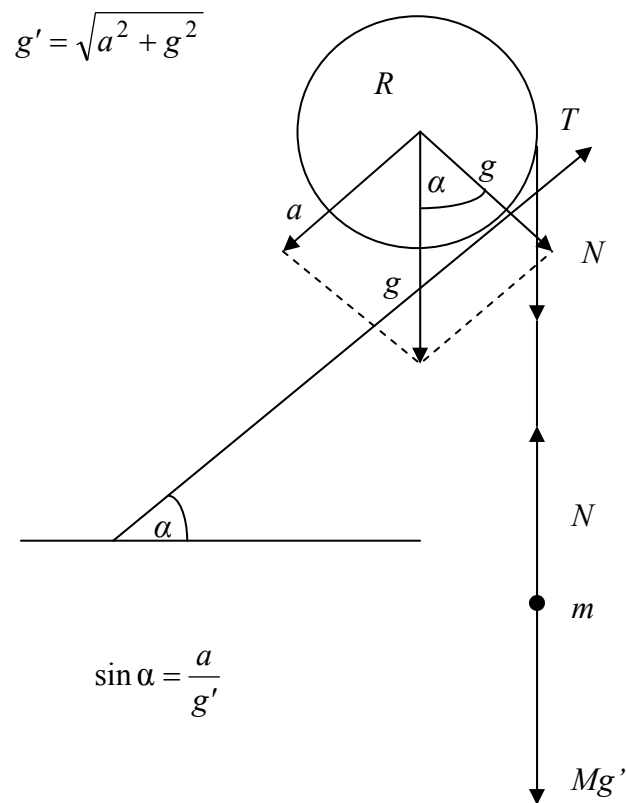
Rys. 1

Wiedząc, że ruch walca odbywa się bez poślizgu określ:

- stosunek masy ciężarka m do masy walca M ,
- minimalny współczynnik tarcia posuwistego walca o równię (tarcie potoczyste zaniedbujemy).

Rozwiązanie.

Pozornie najprostsza metoda rozwiązywania polega na rozpatrzeniu wszystkiego w układzie nieruchomym, związanym z szynami. Tak jednak nie jest, o czym można się bezpośrednio przekonać próbując wykonać odpowiednie obliczenia. W zadaniu tym, a także w zadaniach pokrewnego typu, wygodniej jest wykonywać obliczenia posługując się układem odniesienia, w którym środek walca jest nieruchomy. W układzie takim działa przyspieszenie bezwładności a oraz przyspieszenie ziemskie g . Wybierając kierunki osi tak, aby wypadkowe przyspieszenie g' było pionowe otrzymujemy sytuację taką, jak na równi pochyłej – rys. 2.



Rys. 2

Mamy następujące zależności:

a) dla wiszącego ciężarka:

$$mg' - N = ma \quad \left(g' = \sqrt{a^2 + g^2} \right),$$

b) dla sił równoległych do „równi”, czyli do szyn:

$$Ma + N \frac{a}{g'} = T,$$

c) dla momentów sił:

$$NR - TR = \frac{1}{2} MR^2 \varepsilon,$$

d) warunek braku poślizgu:

$$a = \varepsilon R.$$

Otrzymaliśmy cztery równania, z których można wyznaczyć $\frac{m}{M}$

$$\frac{m}{M} = \frac{3}{2} a \frac{\sqrt{a^2 + g^2}}{\left(\sqrt{a^2 + g^2} - a \right)^2}.$$

Z punktu b) mamy:

$$T = Ma + N \frac{a}{g'}.$$

Nacisk na szyny wynosi:

$$P = Mg + N \cos \alpha = Mg + N \frac{g}{g'}.$$

jak wiadomo T nie może przekraczać maksymalnej siły tarcia równej fP ; gdzie f oznacza współczynnik tarcia. Zatem:

$$T \leq fP$$

czyli

$$f \geq \frac{T}{P} = \frac{a \left(M + \frac{N}{g'} \right)}{g \left(M + \frac{N}{g'} \right)} = \frac{a}{g}.$$

Minimalny współczynnik tarcia wynosi więc $\frac{a}{g}$.

Uwagi:

Zadanie powyższe bardzo różnicowało zawodników, było sporo rozwiązań bezbłędnych lub prawie bezbłędnych, było też sporo rozwiązań świadczących o niezrozumieniu problemu. Prawie wszyscy zawodnicy rozwiązywali zadanie w układzie nieruchomym narażając się na długie, żmudne rachunki, w których łatwo było się pomylić i na które trzeba było zużyć dużo czasu.