

XXV OLIMPIADA FIZYCZNA (1975/1976). Stopień I, zad. doświadczalne – D

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
 Aniela Nowicka: *Olimpiady Fizyczne IX i X*. PZWS, Warszawa 1965, str. 42 – 44;
 Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki: *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami*. Stowarzyszenie *Symetria i Własności Strukturalne*, Poznań 1994, zad. 43, str. 46, 159 – 161.

Nazwa zadania: Wyznaczanie współczynnika załamania wody korzystając z bombki choinkowej

Działy: Optyka

Słowa kluczowe: załamanie, współczynnik, światło, promień, graniczny, kąt

Zadanie 4 doświadczalne – D, zawody stopnia pierwszego, XXV OF

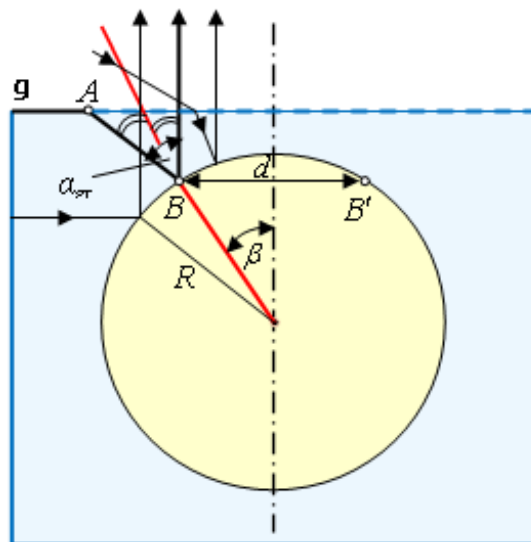
Mając do dyspozycji:

- 1) posrebrzoną od wewnątrz bombkę choinkową o znanym promieniu R ,
- 2) naczynie o matowych ściankach napełnione wodą,
- 3) obciążnik z nitką,
- 4) linijkę,
- 5) pręt metalowy na statywie

wyznacz współczynnik załamania światła na granicy wody i powietrza (nie jest konieczne użycie wszystkich wymienionych pomocy).

Rozwiązanie

Pomiar współczynnika załamania polega na obserwacji granicy obrazu ścianek naczynia, danego przez posrebrzoną powierzchnię bombki. Czasza kulista wewnątrz tej granicy wygląda jak małe, błyszczące zwierciadło o ostrych brzegach, w którym widzimy obraz samego siebie i innych przedmiotów w pokoju. Reszta widocznej powierzchni bombki jest matowa, tak jak ścianki naczynia, do którego wstawiamy bombkę. Zjawisko to występuje niezależnie od tego czy naczynie jest puste, czy wypełnione wodą, jednakże w obecności wody, w której zanurzona jest bombka rozmiary błyszczącego obrazu są inne, mniejsze. Skokowa zmiana rozmiarów obszaru błyszczącego przy wstawianiu bombki do wody jest bardzo efektowna i warta obejrzenia!



Rys. 1

Na rys. 1 uwzględniono bieg kilku promieni w przypadku bombki zanurzonej w wodzie wypełniającej po brzegi nasze naczynie (może to być na przykład emaliowany garnek wstawiony do miednicy lub zlewozmywaka – przy wstawianiu bombki woda częściowo wylewa się z naczynia). Kąt $\beta = \alpha_{gr}/2$, literką **g** oznaczono promień graniczny (na powierzchni wody).

Rozmiary błyszczącej czaszy wyznaczone są przez bieg promienia granicznego. Średnica obserwowanego, „zwierciadełka” d wynosi

$$d = 2R \sin \frac{\alpha_{gr}}{2}. \quad (1)$$

i jak widzimy jest niezależna ani od rozmiarów naczynia, ani od głębokości zanurzenia (chyba żeby zanurzenie było tak duże, że punkt A wypadłby na zewnątrz garnka). Jednakże ze względu na błąd paralaksy jest celowe takie zanurzenie bombki, by zanurzyła się tylko trochę. Średnicę „zwierciadełka” mierzymy przykładając linijkę tuż do powierzchni wody i patrząc jednym okiem umieszczonym możliwie pionowo raz nad punktem B , drugi raz nad przeciwległym punktem B' .

Średnicę bombki najłatwiej wyznaczyć owijając ją arkuszem kartonu uformowanego w rulon przylegający ściśle do bombki, a następnie mierząc średnicę rulonu. Niepewności pomiarowe nie przekraczają 1 mm.

Z równania (1) wyznaczmy wartość kąta granicznego

$$\sin \frac{\alpha_{gr}}{2} = \frac{d}{2R}, \quad (2)$$

a następnie współczynnik załamania ze znanego wzoru

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{1}{n}. \quad (3)$$

Z powyższych wzorów i wykorzystując znane tożsamości trygonometryczne na $\sin 2\alpha$ ($= 2\sin\alpha \cos\alpha$) i z jedynki trygonometrycznej, po przekształceniach, otrzymujemy

$$n = \frac{1}{\frac{d}{R} \sqrt{1 - \frac{d^2}{4R^2}}}. \quad (4)$$

Oto przykładowe wyniki jakie można uzyskać posługując się typowym sprzętem:

$$2R = (60 \pm 1) \text{ mm},$$

$$d = (25 \pm 1) \text{ mm}.$$

Wartości te dają:

$$\sin \frac{\alpha_{gr}}{2} = \frac{25}{60} \Rightarrow \frac{\alpha_{gr}}{2} = 24^\circ 37',$$

$$\alpha_{gr} = 49^\circ 14',$$

$$n = \frac{1}{\sin 49^\circ 14'} = 1,32.$$

Chcąc oszacować niepewność pomiaru, możemy postąpić bardzo prosto: obliczamy n raz dla wartości $d = (25 + 1) \text{ mm}$ i $2R = (60 - 1) \text{ mm}$, drugi raz dla $d = (25 - 1) \text{ mm}$ i $2R = (60 + 1) \text{ mm}$.

Prawdziwa wartość n musi mieścić się między tymi wynikami

$$\sin\left(\frac{\alpha_{\text{gr}}}{2}\right)_{\text{nadm}} = \frac{26}{60} \Rightarrow \frac{\alpha_{\text{gr}}}{2} = 26^{\circ}9', \quad n = 1,26$$

$$\sin\left(\frac{\alpha_{\text{gr}}}{2}\right)_{\text{niedom}} = \frac{24}{61} \Rightarrow \frac{\alpha_{\text{gr}}}{2} = 23^{\circ}10', \quad n = 1,39$$

$$1,26 < n < 1,39,$$

co możemy zapisać tak:

$$n = 1,32 \pm 0,07.$$

Zgadza się to dobrze z tablicową wartością $n_{\text{wody}} = 1,33$.

W metodzie tej

- nie wykorzystuje się prętu metalowego na statywie
- zakłada się, że do oka trafiają jedynie promienie odbite prostopadle do powierzchni cieczy i zaniedbujemy błąd paralaksy przy pomiarze średnicy srebrnej części bombki.

Metoda II (przedstawiona w: *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami.*) opiera się pomiarze pomniejszenia dla zwierciadła wypukłego, jaki mamy po odbiciu promieni od bombki, po jej zanurzeniu płytko pod powierzchnią wody dla danej odległości przedmiotu od zwierciadła (bombki).

Po zanurzeniu bombki płytko pod powierzchnią wody należy zmierzyć pomniejszenie p dla zwierciadła wypukłego, przy danej odległości a przedmiotu od zwierciadła.

Jeżeli zwierciadło kuliste umieścimy płytko pod powierzchnią wody, to jego równanie przyjmie następującą postać

$$\frac{1}{na} + \frac{1}{b} = -\frac{2}{R}.$$

Przy wyprowadzeniu tej postaci równania założono, że

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \approx \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \beta} = \frac{a'}{a}$$

oraz

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \phi} = n \approx \frac{\text{tg } \gamma}{\text{tg } \phi} = \frac{b}{b'},$$

gdzie: R – promień zwierciadła, b – odległość obrazu pozornego od zwierciadła, b' – pozorna odległość obrazu pozornego od zwierciadła, a' – pozorna odległość przedmiotu od zwierciadła. Promienie wychodzące z przedmiotu A (rys. 2) padają na powierzchnię wody pod kątem α , załamują się pod kątem β i padają na zwierciadło pod takim kątem, jak gdyby wychodziły z przedmiotu A i padały na zwierciadło nie zanurzone w wodzie. Po odbiciu promienie załamują się na granicy woda – powietrze, co powoduje, że obraz pozorny widzimy w odległości b' a nie b .

Ponieważ zgodnie z przyjętym założeniem, $a' = na$ oraz $b' = b/n$, więc wzór na pomniejszenie przyjmuje postać:

$$\frac{A}{B} = \frac{a'}{b'} = \frac{n^2 a}{b},$$

gdzie: A – wysokość przedmiotu, B – wysokość obrazu. Wobec tego

$$\frac{1}{na} + \frac{p}{na} = \frac{2}{R},$$

Stąd

$$n = \frac{R(1+p)}{2a}.$$

Kombinacja obu metod pozwala teoretycznie na wyznaczenie zarówno n jak i R bez wymiowania bombki z wody. Wówczas z pierwszej metody mamy

$$n = \frac{R^2}{2r\sqrt{R^2 - r^2}}$$

i z drugiej metody

$$n = \frac{R(1+p)}{2a},$$

skąd

$$R = \frac{r}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2(1+p)^2}}}.$$

Jednakże, jak widać po podstawieniu do wzoru zmierzonych wielkości, błąd pomiarów wielkości a , r oraz p ma tak duży wpływ na wynik, że praktycznie uniemożliwia poprawne wykonanie zadania. Natomiast można z pomniejszenia obrazu wyznaczyć promień bombki wykonując pomiar w powietrzu.

Ważne jest zdanie sobie sprawy z przybliżeń wprowadzonych w obu metodach.

W pierwszej metodzie zakłada się, że do oka trafiają jedynie promienie odbite prostopadle do powierzchni cieczy i zanedbujemy błąd paralaksy przy pomiarze średnicy srebrnej części bombki.

W drugiej metodzie zakłada się, że kąty α , β , γ i ϕ są małe, to znaczy, że rozmiary przedmiotu są małe w stosunku do jego odległości od bombki i zanedbuje się błąd rzutowania wielkości obrazu na powierzchnię cieczy.

Na podstawie analizy rozwiązań nadesłanych z okręgu warszawskiego stwierdzono, że część uczestników rozwiązując zadanie zrezygnowało z wykorzystania srebrnej bombki choinkowej. Proponowane przez uczestników metody, z tej klasy rozwiązań, opierały się na pomiarze rzeczywistego i pozornego położenia obciążnika w naczyniu i były oceniane pozytywnie, a punktacja zależała od skuteczności proponowanej metody i otrzymywanej dokładności wyników.

Z dwu omawianych poprzednio metod znacznie popularniejsza okazała się pierwsza, stosowana zwykle poprawnie, a nawet, w jednym przypadku, poprzedzona bardzo dokładną analizą obrazów powstających na bombce po jej zanurzeniu w wodzie.

Niewielu natomiast uczestników umiało się wypowiedzieć na temat błędów pomiarów i przybliżeń stosowanych przy wprowadzaniu wzorów.

Niektórzy uczestnicy tłukli bombkę i wykorzystywali jej część jako zwierciadło wklęsłe, a następnie badali zmianę ogniskowej po zanurzeniu zwierciadła w wodzie. Było to, podobnie jak napełnienie bombki wodą w celu jej zatopienia, pociągnięcie dość ryzykowne z eksperymentalnego punktu widzenia, ponieważ woda niszczy srebrne pokrycie wnętrza bombki. Obciążnik występujący w spisie proponowanych do pomiaru przyrządów służył właśnie do zatapiania bombki bez jej napełniania wodą. Część uczestników wykorzystwała go właśnie w ten sposób.