

XXIII OLIMPIADA FIZYCZNA (1973/1974). Stopień III, zadanie teoretyczne – T1

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Waldemar Gorzkowski;
Fizyka w Szkole nr 6, 1974;
Olimpiady fizyczne XXIII i XXIV. WSiP, Warszawa 1977.

Nazwa zadania: Indukcyjność zastępcza

Działy: Elektromagnetyzm

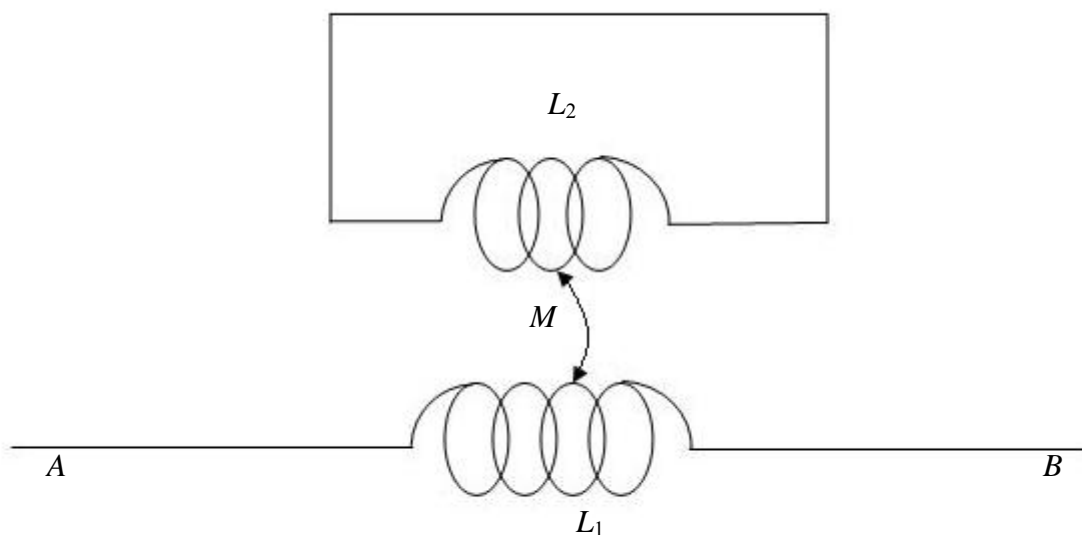
Słowa kluczowe: SEM, cewka, indukcyjność zastępcza, siła elektromotoryczna, reguła Lenza

Zadanie teoretyczne – T1, zawody III stopnia, XXIII OF.

Dwie cewki z prądem mogą oddziaływać wzajemnie w tym znaczeniu, że zmiany prądu w jednej z nich wywołują powstawanie sił elektromotorycznej w drugiej i na odwrót. Miarą tego oddziaływania jest współczynnik indukcji wzajemnej $M > 0$: dodatkowa siła elektromotoryczna indukowana w pierwszej cewce wynosi $\pm M \frac{dI_2(t)}{dt}$, a w drugiej $\pm M \frac{dI_1(t)}{dt}$, gdzie

$I_1(t)$, $I_2(t)$ oznaczają natężenie prądów odpowiednio w pierwszej i drugiej cewce. Znaki indukowanych sił elektromotorycznych spełniają regułę Lenza.

Korzystając z powyższych z informacji wyznacz indukcyjność zastępczą L_{AB} następującego układu (położenie cewek i kierunki uzwojeń zaznaczono na rysunku 1):



Rys.1

Czy (i jak?) wynik uległby zmianie gdybyśmy w jednej z cewek zmienili kierunek uzwojenia na przeciwny? Jaką największą wartość może mieć współczynnik indukcji wzajemnej M ? Z jakich rozważań to wynika?

Rozwiązanie

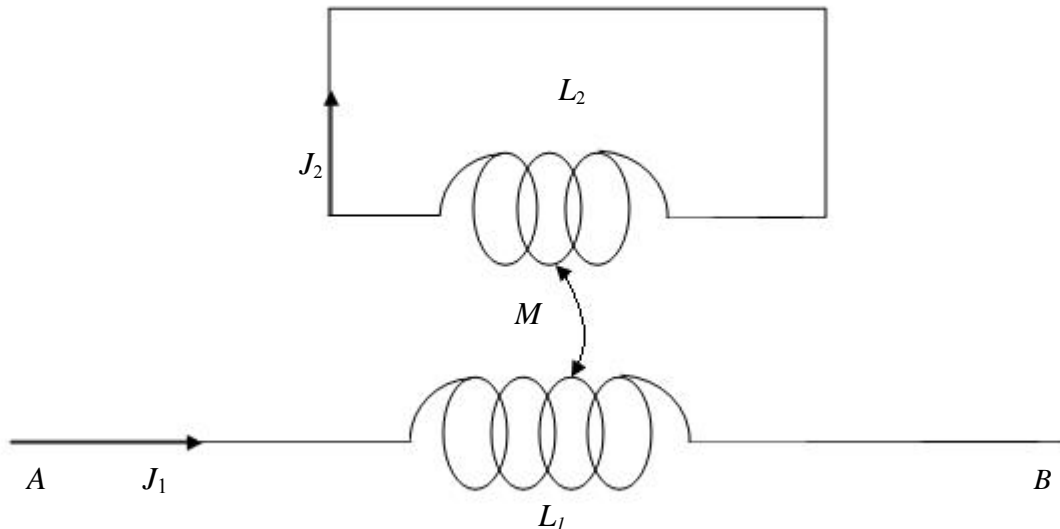
Wprowadzimy oznaczenia takie, jak na rysunku 2. Dla oczka górnego mamy:

$$L_2 \frac{dI_2(t)}{dt} \pm M \frac{dI_1(t)}{dt} = 0.$$

Spadek napięcia U_{AB} jest równy

$$U_{AB} = L_1 \frac{dI_1(t)}{dt} \pm M \frac{dI_2(t)}{dt}.$$

W zależności od kierunku uzwojeń w obu



Rys. 2

Wzorach należy wziąć znak górny, albo w obu dolny. Z powyższych związków otrzymujemy:

$$U_{AB} = L_1 \frac{dI_1}{dt} \pm M (\pm M) \frac{1}{L_2} \frac{dI_1}{dt} = \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) \frac{dI_1}{dt}.$$

Widzimy więc, że niezależnie od kierunku uzwojeń cewek indukcyjność zastępcza naszego układu wynosi

$$L_{AB} = L_1 - \frac{M^2}{L_2}.$$

Z rozważań energetycznych wiemy, że L nie może być mniejsze od zera. Zatem

$$L_1 - \frac{M^2}{L_2} \geq 0.$$

Stąd

$$M \leq \sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

Jeżeli chodzi o błędy występujące w rozwiązaniach, to największym błędem było nieumiejętne stosowanie reguły Lenza prowadzące do różnych wyników w zależności od kierunków uzwojeń cewek. Innym mankamentem było niepotrzebne ograniczanie się do analizy jedynie prądów sinusoidalnych (bez odwoływania się do twierdzenia Fouriera).