

XXII OLIMPIADA FIZYCZNA (1972/1973). Stopień II, zadanie doświadczalne – D**Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;Andrzej Szymacha: *Olimpiady Fizyczne XXI i XXII*. WSiP, Warszawa 1975, str. 133 – 138;
Waldemar Gorzkowski, Andrzej Kotlicki: *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami*. Stowarzyszenie *Symetria i Własności Strukturalne*. Poznań 1994, zad. 2, str. 35, 81 – 86.**Nazwa zadania:** Wyznaczanie współczynnika tarcia kulki stalowej o szkło**Działy:** Mechanika**Słowa kluczowe:** tarcie statyczne, kinetyczne, posuwiste, potoczyste, poślizgowe, współczynnik, prędkość liniowa, kątowna, ruch postępowy, obrotowy, prędkość, przyspieszenie, siła, II zasada dynamiki Newtona, moment bezwładności, równia pochyła, kula**Zadanie IV doświadczalne – D, zawody II stopnia, XXII OF¹**

Mając do dyspozycji:

- równie pochyłą o regulowanym kącie nachylenia (płyta szklana),
- stół,
- kulkę stalową,
- linijkę,
- pion,
- papier milimetrowy,
- kalkę maszynową,
- kilka arkuszy gładkiego papieru,
- szmatkę lekko zwilżoną olejem (do przecierania kulki),

wyznacz współczynnik tarcia poślizgowego lekko natłuszczonej stali o szkło.

Uzasadnij metodę postępowania, opisz wykonane doświadczenie, przedyskutuj przebieg zjawiska, oszacuj błąd wyniku.

Uwaga 1. Gładki papier wraz z kalką połóż na podłodze tak, by kulka spadająca z równi zostawiła na papierze ślad w miejscu upadku.**Uwaga 2.** Zwróć uwagę, że ruch kulki puszczonej swobodnie z równi dla pewnych kątów odbywa się z poślizgiem, a dla pewnych bez poślizgu.**Rozwiązanie**Skorzystajmy z wyników teoretycznych zadania 3 z zawodów I stopnia poprzedniej, XXI Olimpiady (zadanie znajduje się w bazie zadań na www.OF.szc.pl). Wykazaliśmy tam, że

$$\text{dla } \alpha < \arctg \frac{7}{2} f \quad v_k = \sqrt{\frac{10}{7} gh}, \quad (1)$$

$$\text{dla } \alpha > \arctg \frac{7}{2} f \quad v_k = \sqrt{2gh(1 - f \operatorname{ctg} \alpha)} \quad (2)$$

¹ Porównaj zadania o podobnej tematyce z olimpiad: XX OF, st. II – zad. T1: *Ruch kulki na równi bez poślizgu*; XXI OF, st. I – zad. T3: *Prędkość kulki staczającej się z równi pochyłej*; VI MOF, – zad. T1: *Ruch walców staczających się z równi*; XXIV OF, st. II – zad. D2 (dodatkowe): *Wyznaczanie współczynnika tarcia posuwistego rurki o równię*; XXVII OF, st. I – zad. T1: *Ruch kulki na równi z uwzględnieniem tarcia potoczystego i posuwistego*; XXVII OF, st. III – zad. T2: *Opis ruchu kulki z uwzględnieniem tarcia posuwistego i potoczystego*; XXX OF, st. I – zad. T4: *Analiza ruchu z równi kulki z tarciem tocznym*; XXXI OF; st. wstępny – zad. D1: *Wyznaczanie współczynnika statycznego tarcia potoczystego stali o szkło*.

Jak widać z powyższych wzorów, końcowa prędkość kulki u podstawy równi zależy od f jedynie dla kątów nachylenia α wystarczająco dużych, mianowicie dla takich, dla których występuje poślizg. Musimy więc nie tylko wykonać pomiar prędkości końcowej kulki przy różnych nachyleniach równi. Wzory (1) i (2) można przekształcić w następującej postaci:

$$\text{dla } \alpha < \arctg \frac{7}{2} f \quad \left(1 - \frac{v_k^2}{2gh}\right) \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{7} \operatorname{tg} \alpha, \quad (1')$$

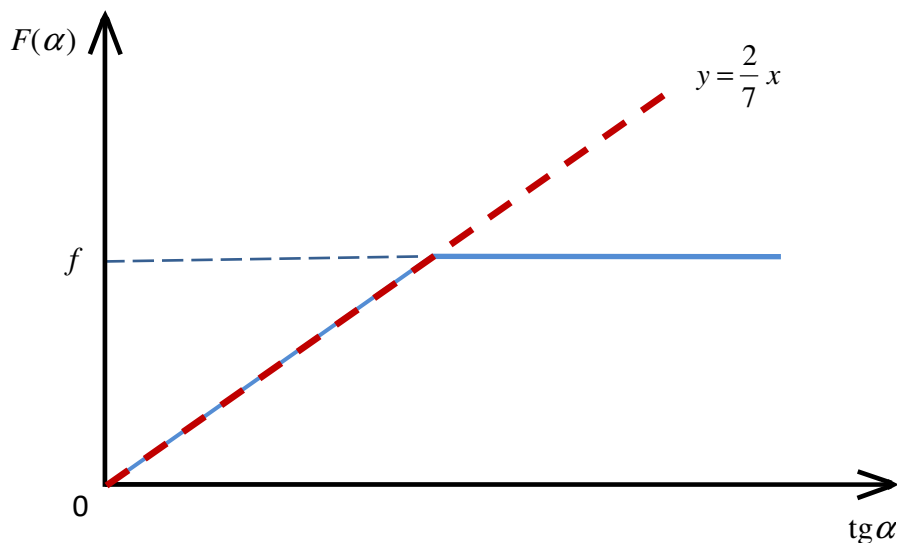
$$\text{dla } \alpha > \arctg \frac{7}{2} f \quad \left(1 - \frac{v_k^2}{2gh}\right) \operatorname{tg} \alpha = f. \quad (2')$$

Sporządzając wykres funkcji

$$F(\alpha) = \left(1 - \frac{v_k^2}{2gh}\right) \operatorname{tg} \alpha \quad (3)$$

w zależności od tangensa kąta α powinniśmy dostać przebieg taki jak na rysunku 1.

Mając taki wykres odczytujemy bezpośrednio wartość f , jako rzędną poziomego odcinka wykresu. Część wykresu dla $\alpha < \arctg \frac{7}{2} f$ nie ma wpływu na wyznaczenie liczbowej wartości współczynnika tarcia, wystąpienie załamania wykresu upewni nas jedynie, że mierząc wartości funkcji $F(\alpha)$ na prawo od załamania mierzymy istotnie to, co powinniśmy.



Rys. 1

Rysunek 2 przedstawia, jak należy ustawić przyrządy, by móc zmierzyć wielkość $F(\alpha)$.

Wielkościami, które mierzymy bezpośrednio, są h , s , H oraz d , należy więc wyrazić $F(\alpha)$ przez te wielkości.

Dla rzutu ukośnego mamy:

$$d = v_k t \cos \alpha \quad (4)$$

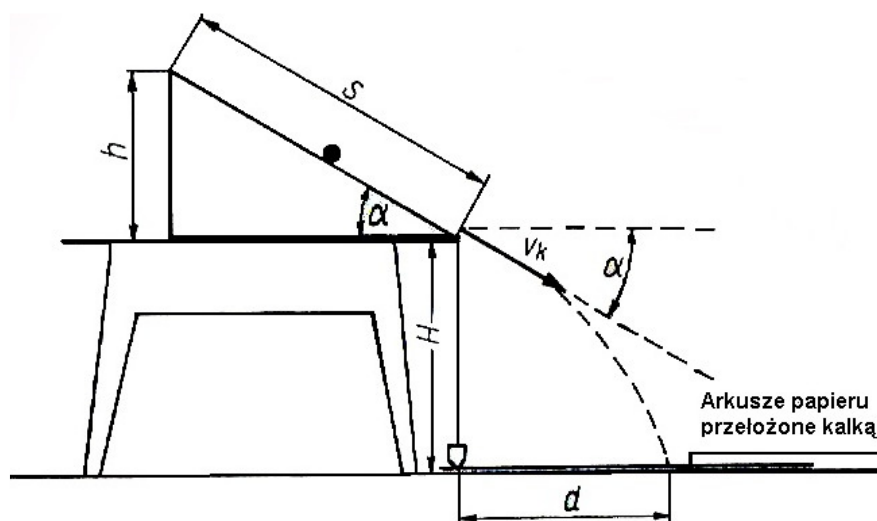
$$H = v_k t \sin \alpha + \frac{1}{2} g t^2, \quad (5)$$

co po eliminacji czasu spadania t daje związek:

$$H = d \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} g \frac{d^2}{v_k^2 \cos^2 \alpha} \quad (6)$$

z którego wyznaczymy $\frac{v_k^2}{2g}$

$$\frac{v_k^2}{2g} = \frac{d^2}{4(H - d \operatorname{tg} \alpha) \cos^2 \alpha} \quad (7)$$



Rys. 2 (rys. z: A. Szymacha: *Olimpiady Fizyczne XXI i XXII*. WSiP, Warszawa 1975).

Korzystając z oczywistego związku $h = s \sin \alpha$ pozostawiając (7) do (3) dostajemy:

$$F(\alpha) = \operatorname{tg} \alpha - \frac{d^2}{4s(H \cos \alpha - d \sin \alpha) \cos^2 \alpha}, \quad (8)$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{s}. \quad (9)$$

Same pomiary powinny wyglądać następująco:

1. Mierzmy s i H , które są ustalone dla całego doświadczenia.
2. Na podłodze kładziemy co najmniej dwa arkusze papieru przełożone kalką maszynową.
3. Zaznaczamy na papierze (przez dociśnięcie) punkt, do którego dotyka ciężarek pionu.
4. Ustalamy nachylenie równi i mierzymy dokładnie wysokość h .
5. Puszczamy z wierzchołka równi lekko natłuszczoną kulkę. Kulka uderzając w papier odciśnie ślad w miejscu uderzenia.
6. Nie zmieniając żadnych parametrów, puszczamy kulkę kilka lub kilkanaście razy.
7. Zwiększamy nachylenie równi i znów dokładnie mierzymy h .
8. Ponownie puszczamy kulkę i sprawdzamy, czy ślad jest dostatecznie oddalony od poprzednich, tak byśmy nie mieli wątpliwości, któremu kolejnemu pomiarowi odpowiadają ślady na papierze (dla większej pewności możemy ewentualnie przesunąć papier równolegle w bok).
9. Wykonujemy jednakową liczbę doświadczeń dla każdej wysokości h , zmieniając od czasu do czasu arkusze papieru, i zaznaczamy przy każdej grupie śladów, jej wysokości h one odpowiadają.
10. Przystępujemy do opracowania wyników.

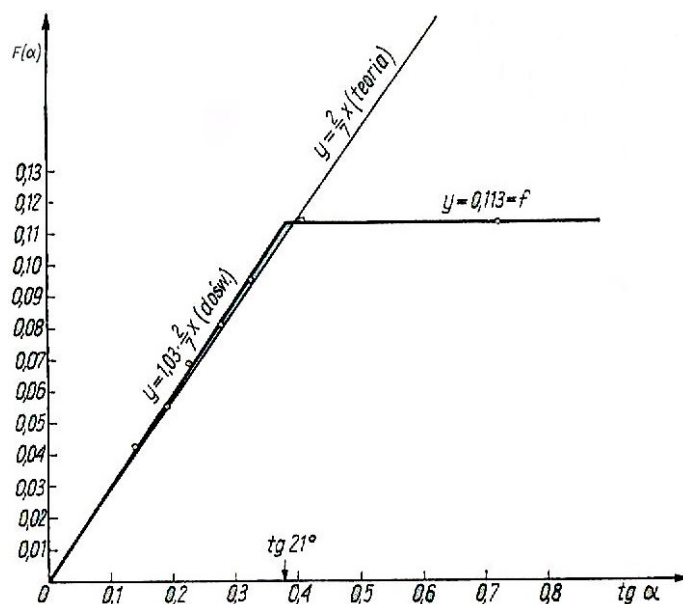
Ślady kul na papierze odpowiadające spuszczeniu kuli z ustalonej wysokości h wykazują pewien rozrzut. Rysujemy na papierze prostą dzielącą dany zbiór punktów na dwie liczebnie równe grupy i mierzymy odległość tej prostej od punktu wyznaczonego przez pion - odpowiada to obliczeniu średniej wartości d . Uzyskane wartości wykorzystujemy do sporządzenia

tabelki wyników. Podajemy przykładowo wyniki otrzymane na typowym zestawie, jaki mieli do dyspozycji uczniowie.

$$s = 87 \text{ cm}, H = 78 \text{ cm}$$

Nr	h , cm	d , cm	$\sin \alpha$	α	$\cos \alpha$	$\text{tg} \alpha$	F
1	12,0	48,0	0,138	$7^{\circ}55'$	0,99	0,139	0,043
2	15,5	53,2	0,177	$10^{\circ}10'$	0,98	0,179	0,055
3	19,0	57,1	0,217	$12^{\circ}36'$	0,97	0,224	0,068
4	23,5	61,4	0,270	$15^{\circ}40'$	0,96	0,280	0,081
5	27,0	63,1	0,312	$18^{\circ}05'$	0,945	0,325	0,095
6	33,0	64,9	0,380	$22^{\circ}20'$	0,920	0,410	0,114
7	37,5	65,3	0,430	$25^{\circ}20'$	0,905	0,470	0,119
8	40,0	65,9	0,460	$27^{\circ}20'$	0,89	0,515	0,106
9	45,5	64,6	0,520	$31^{\circ}30'$	0,85	0,610	0,112
10	51,0	61,5	0,585	$35^{\circ}50'$	0,81	0,720	0,113

Odczytując z odpowiednich kolumn wartości $\text{tg} \alpha$ i F , sporządzamy wykres funkcji F , w zależności od $\text{tg} \alpha$. Wykres ten przedstawia rysunek 3.



Rys. 3 (rys. z: A. Szymacha: *Olimpiady Fizyczne XXI i XXII*. WSiP, Warszawa 1975), gdzie

$$F(\alpha) = \text{tg} \alpha - \frac{d^2}{4s(H \cos \alpha - d \sin \alpha)} \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Widać wyraźnie, że pierwsze 5 punktów układu się bardzo blisko krzywej teoretycznej odpowiadającej staczaniu bez poślizgu. Dokładniej, dla tej części wykresu $y = 1,03 \cdot \frac{2}{7} x$. Niepewność pomiarowa współczynnika kierunkowego w stosunku do wartości teoretycznej $2/7$ wynosi zaledwie 3 %. Przekonuje nas to o niewielkim wpływie oporów powietrza i o stosunkowo dużej dokładności pomiaru. Dlatego też rozsądne będzie przyjąć dla względnej niepewności pomiarowej współczynnika tarcia również 3 %. Ostatecznie współczynnik tarcia natłuszczonej stali o szkło zmierzony w tym doświadczeniu, wynosi

$$f = 0,113 \pm 0,003,$$

a kąt graniczny, powyżej którego występuje poślizg,

$$\alpha_{\text{gr}} = 21^\circ.$$

Na zakończenie zwróćmy uwagę, że dobra zgodność otrzymanych wyników z modelem teoretycznym opartym na założeniu, że występuje tylko jeden współczynnik tarcia, wskazuje, iż różnica między statycznym a kinetycznym współczynnikiem tarcia natłuszczonej stali o szkło jest niezauważalnie mała.