

**XXI OLIMPIADA FIZYCZNA (1972/1973). Stopień II, zadanie doświadczalne – D.**

**Źródło:** Olimpiada Fizyczna XXII  
**Autor:** Andrzej Szymacha  
**Nazwa zadania:** Rozpraszanie kul metalowych zderzających się z nieruchomą obręczą  
**Działy:** Mechanika  
**Słowa kluczowe:** Zderzenia, rozpraszanie, kulka stalowa, równia pochyła.

**Zadanie doświadczalne – D, zawody II stopnia, XXII OF.**

Badanie wzajemnego oddziaływania obiektów fizycznych jest bardzo ważną metodą poznawania tych obiektów. Zbadaj doświadczalnie prawo rządzące rozpraszaniem kul metalowych zderzających się z nieruchomą obręczą.

Dane:

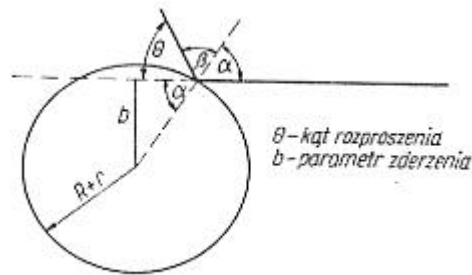
1. butelka od mleka spełniająca rolę nieruchomej obręczy,
2. kulka stalowa,
3. równia pochyła,
4. przyrządy kreślarskie: cyrkiel, linijka, kątomierz, ekierka,
5. duży arkusz papieru,
6. papier milimetrowy (do wykresu),
7. tablice matematyczne lub suwak logarytmiczny.

Zbadaj, w jaki sposób zmiana kierunku ruchu kulki po zderzeniu zależy od parametru zderzenia. Porównaj wyniki doświadczalne z przewidywaniami teoretycznymi. Wyjaśnij ewentualne odstępstwa.

Uwaga. Parametrem zderzenia nazywamy odległość między prostoliniowym torem kulki przed zderzeniem a prostą równoległą do tego toru, przechodzącą przez środek geometryczny obręczy.

**Rozwiązanie**

Zbadajmy najpierw teoretycznie zderzenie kulki z nieruchomą obręczą, przy całkowitym zaniedbaniu sił tarcia i potraktowaniu zderzenia jako całkowicie sprężystego. Jeśli nie ma sił tarcia, to w momencie zderzenia nie pojawią się siły styczne do płaszczyzny styczności kulki i obręczy, początkowo nieobracająca się kulka nie nabierze w wyniku zderzenia żadnej prędkości kątowej. Oznacza to, że zastąpienie kulki punktem materialnym (przy jednoczesnym zastąpieniu obręczy o promieniu  $R$  fikcyjną obręczą o promieniu  $R + r$ , gdzie  $r$  promień kulki) nie wprowadzi żadnych zmian, jeśli chodzi o obliczenie kąta rozproszenia. Ponieważ w czasie zderzenia idealnie twardej kuli z idealnie twardą obręczą obiekty te stykają się tylko w jednym punkcie, to w celu obliczenia kąta rozproszenia można obręcz zastąpić płaszczyzną styczną do obręczy w punkcie zderzenia. Zderzenie takie jest nieco łatwiejsze do analizy. W czasie zderzenia pojawia się krótkotrwała siła prostopadła (z założenia o braku tarcia) do płaszczyzny



Rys. 1.

zderzenia. Siła ta zmienia pęd kulki prostopadły do płaszczyzny zderzenia, ale nie zmienia pędu równoległego. Przed zderzeniem mamy:

$$p_{\parallel} = p \sin \alpha,$$

$$p_{\perp} = p \cos \alpha.$$

Ponieważ w wyniku zderzenia nie zmienia się energia kinetyczna (sprężystość zderzenia), nie może też zmieniać się bezwzględna wartość pędu związana jednoznacznie z energią kinetyczną wzorem

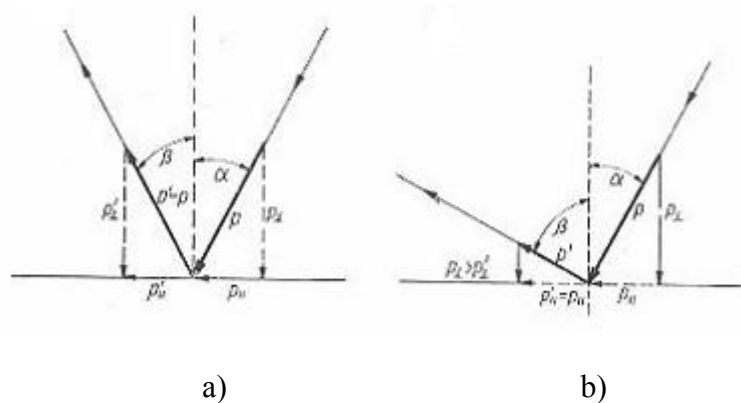
$$E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

Po zderzeniu mamy, więc

$$p_{\parallel} = p \sin \beta = p \sin \alpha,$$

z czego wnioskujemy, że

$$\alpha = \beta$$



Rys. 2.

Jest to podstawowa własność zderzenia sprężystego, identyczna z prawem odbicia dla promieni świetlnych. Skoro już ustaliliśmy równość tych kątów, to dalej bardzo łatwo obliczamy

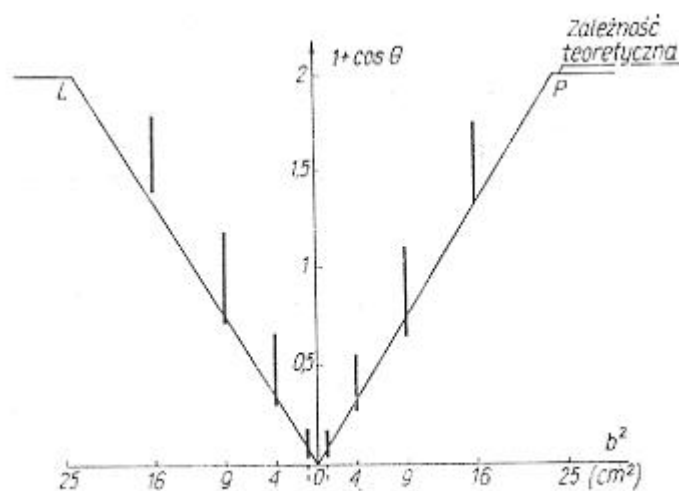
$$\theta = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 2\alpha,$$

$$\sin \alpha = \frac{b}{R+r}.$$

Eliminując z tych wzorów kąt  $\alpha$ , dostaniemy poszukiwany związek kąta rozproszenia z parametrem zderzenia. Najwygodniej zapisać go w postaci:

$$1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} = 2 \sin^2 \alpha = 2 \frac{b^2}{(R+r)^2}. \quad (1)$$

Porównanie związku teoretycznego z doświadczeniem staje się najbardziej przejrzyste, jeżeli w wyniku właściwego wyboru mierzonych wielkości, zależność między nimi staje się zależnością liniową. Zawsze, o ile to możliwe, staramy się to osiągnąć. Dlatego w tym wypadku zapisaliśmy związek między  $\theta$  i  $b$  w postaci wzoru (1), w którym funkcja jednej tylko wielkości ( $1 + \cos \theta$ ) jest proporcjonalna do funkcji drugiej wielkości ( $b^2$ ). Odkładając na osiach te właśnie wielkości powinniśmy uzyskać układanie się wyznaczonych doświadczalnie punktów na linii prostej. Powtarzając kilkakrotnie dla danej wartości parametru zderzenia pomiar wielkości kąta rozproszenia możemy zmierzyć wartość tego kąta z większą dokładnością, niż gdybyśmy pomiaru dokonali tylko jeden raz. Możemy też z rozrzutu mierzonych kątów oszacować błąd pojedynczego pomiaru. A oto wykres uzyskany w wyniku jednego z takich doświadczeń.



Rys. 3.

Zgodnie z tym, co powiedzieliśmy, na osiach odłożone zostały  $b^2$  i  $(1 + \cos \theta)$ . Linia ciągła odpowiada przewidywaniom teoretycznym zawartym we wzorze (1). Środki pionowych odcinków oznaczają zmierzone wartości średnie wielkości  $(1 + \cos \theta)$ , długości odcinków opisują przedziały błędów dla pomiaru przy ustalonej wartości parametru zderzenia.

Ściśle rzecz biorąc cały wykres powinien zmieścić się w jednej tylko ćwiartce. Dla większej poglądowości umieszczono na tym wykresie (po lewej stronie) wyniki pomiarów dla rozpraszania na przeciwnej stronie obręczy. Wprawdzie można powiedzieć, że przy osiągniętej dokładności żaden z poszczególnych punktów pomiarowych nie jest w sprzeczności z teorią, to jednak jest mało prawdopodobne, by środki wszystkich odcinków leżały przypadkowo akurat ponad prostą.

Jeśli założyć pewien stopień niesprężystości i jednocześnie brak tarcia, to można stwierdzić, że styczna składowa pędu nie ulegnie zmianie po odbiciu, ale długość całego wektora ulegnie zmniejszeniu (rys. 2b.). Jasne jest, że po takim zderzeniu  $\beta > \alpha$ , a zatem kąt  $\theta$  jest mniejszy i jego cosinus większy od wartości, jaką by miał, gdyby  $\beta = \alpha$ . Zgadza się to z obserwowanym systematycznym podniesieniem punktów doświadczalnych ponad wykres teoretyczny.

Jeszcze większe komplikacje w opisie zjawiska wprowadziłyby uwzględnienie tarcia. W wyniku tarcia o podłoże kulka uzyskuje pewien ruch obrotowy, który ulega zmianie wskutek zderzenia, co jeszcze bardziej zmniejsza energię kinetyczną ruchu postępowego. Ponadto tarcie zmieniałoby również styczną składową pędu i wpływałoby na stopień niesprężystości zderzenia. Zauważmy wreszcie (porównaj z zadaniem o piłeczce pingpongowej z jednej z poprzednich olimpiad), że przy pewnych wartościach kątów w czasie zderzenia wystąpiłby poślizg, a przy innych nie. Przekonuje nas to, jak bardzo skomplikowane są nawet proste z pozoru zjawiska, jeśli wgłębiać się coraz bardziej w różne subtelności. Nie będziemy dalej w nie wnikać, ponieważ i tak nie znamy stopnia niesprężystości, a ponadto otrzymane z uproszczonej teorii przewidywania nie są wcale takie złe!