

I OLIMPIADA FIZYCZNA (1951/1952). Etap III, zadanie teoretyczne – T2

Źródło:	Olimpiady Fizyczne, I- IV PZWS, Warszawa 1956
Autor:	Stefan Czarnecki
Nazwa zadania:	Samolot z silnikiem odrzutowym
Działy:	Dynamika / termodynamika
Słowa kluczowe:	Siła ciągu silnika, popęd siły ciągu, praca siły ciągu, przemiana izobaryczna, I zasada termodynamiki, moc

Zadanie teoretyczne – T2, zawody III stopnia, I OF.

Silnik odrzutowy samolotu lecącego poziomo z prędkością stałą 200 m/s pobiera 50 kg/s powietrza o temperaturze 0°C oraz wyrzuca je pod tym samym ciśnieniem ogrzane do temperatury 320°C. Skład powietrza wyrzucanego różni się od powietrza pobranego wobec częściowego zużycia tlenu i obecności produktów spalania. Różnice te, jako drobne, można zaniedbać. Prędkość powietrza wchodzącego do silnika wynosi względem samolotu 200 m/s, prędkość zaś powietrza opuszczającego silnik jest 600 m/s, również względem samolotu. Obliczyć:

- 1) siłę ciągu silnika odrzutowego,
- 2) moc użyteczną silnika,
- 3) ilość energii traconej na sekundę wraz z uchodzącym powietrzem,
- 4) procentową sprawność silnika, zaniedbując inne straty,
- 5) zużycie paliwa w jednej sekundzie.

Ciepło właściwe powietrza pod stałym ciśnieniem równe jest 0,25 kcal/(kg·stop), ciepło spalania paliwa – 12 000 kcal/kg

Rozwiązanie

Ostateczny skutek procesów termodynamicznych zachodzących wewnątrz silnika odrzutowego polega na nadaniu pewnej prędkości masie gazu zaczerpniętej z przodu samolotu i odrzuconej w tył. Gaz ten zostaje jednocześnie ogrzany z zachowaniem stałej prężności, czyli ogrzanie połączone jest z jednoczesnym odpowiednim powiększeniem objętości (przemiana izobaryczna).

Popęd siły ciągu równa się co do wartości bezwzględnej przyrostowi pędu wyrzucanego powietrza, jak to wynika z drugiej zasady dynamiki:

$$F \cdot t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1.$$

Przy obliczeniach najwygodniej posłużyć się technicznym układem jednostek. Oznaczając $Q = m \cdot g$ mamy $m = Q/g$ i dalej:

$$F = \frac{Q(v_2 - v_1)}{gt}$$

Przyjmując $g \cong 10 \text{ m/s}^2$ otrzymamy wartość siły ciągu:

$$F = \frac{50 \text{ kG} \cdot (600 - 200) \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s}} = 2000 \text{ kG}$$

Ponieważ siła ciągu działa w kierunku ruchu, wystarczy więc dla obliczenia pracy pomnożyć ją przez przesunięcie samolotu:

$$L = F \cdot v_1 \cdot t$$

(oczywiście zakładamy, że prędkość samolotu jest stała). Szukana moc wynosi więc:

$$M_1 = \frac{F \cdot v_1 \cdot t}{t} = F \cdot v_1,$$

czyli

$$M_1 = 2000 \text{ kG} \cdot 200 \text{ m/s} = 400\,000 \frac{\text{kGm}}{\text{s}} = 5333 \text{ KM} \cong 5300 \text{ KM}$$

Energia tracona wraz z uchodzącym gazem składa się z dwóch części: energii kinetycznej tego gazu oraz energii zużywanej na jego ogrzewanie, którą częściowo zabiera gaz pod postacią energii wewnętrznej, częściowo zaś zostaje zużyta na pracę związaną ze zwiększeniem jego objętości.

Przyrost energii kinetycznej gazu powinien być obliczony w układzie odniesienia, w którym wykonywana jest praca siły ciągu, tzn. w układzie odniesienia związanym z atmosferą ziemską. W układzie tym powietrze pobierane jest w stanie spoczynku, wyrzucone zaś ma prędkość $v_1 - v_2 = 400 \text{ m/s}$. Energia kinetyczna tracona na sekundę (czyli po prostu moc tracona¹) będzie:

$$M_2 = \frac{m(v_2 - v_1)^2}{2g \cdot t} = \frac{50 \text{ kG} (400 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s}} \cong 400\,000 \frac{\text{kGm}}{\text{s}} \cong 5333 \text{ KM} \cong 5300 \text{ KM}$$

Energię traconą pod postacią unoszonego ciepła przez gorące powietrze znajdziemy znając jego ciepło właściwe pod stałym ciśnieniem:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta t = 50 \text{ kg} \cdot 0,25 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{stop}} \cdot 320 \text{ stop} = 4000 \text{ kcal}$$

Na podstawie pierwszej zasady termodynamiki:

$$L = A \cdot Q,$$

¹ Ponieważ energia tracona w sekundzie jest liczbowo równa traconej mocy, przeto rozwiązanie zadania możemy sprowadzić do znalezienia tej ostatniej.

gdzie A jest mechanicznym równoważnikiem ciepła; tej ilości ciepła odpowiada praca:

$$L = 427 \frac{\text{kGm}}{\text{kcal}} \cdot 4000 \text{ kcal} = 1\,708\,000 \text{ kGm},$$

czyli

$$M_3 = 1\,708\,000 \frac{\text{kGm}}{\text{s}} \cong 22\,800 \text{ KM}.$$

Całkowita zatem moc tracona wynosi

$$M_t = M_2 + M_3 \cong 28\,100 \text{ KM},$$

zaś całkowita tracona praca (energia)

$$L_t = M_t \cdot t = 28\,100 \cdot 75 \frac{\text{kGm}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} = 2\,108\,000 \text{ kGm}.$$

Sprawność silnika znajdziemy obliczając stosunek mocy użytecznej do mocy całkowitej

$$\eta = \frac{M_1}{M_1 + M_t} = \frac{5300}{5300 + 28\,100} \cong 0,16 = 16\%.$$

Całkowita moc wynosi

$$M = M_1 + M_t = 400\,000 \frac{\text{kGm}}{\text{s}} + 2\,108\,000 \frac{\text{kGm}}{\text{s}} = 2\,508\,000 \frac{\text{kGm}}{\text{s}}.$$

W ciągu każdej sekundy paliwo dostarcza ciepła równoważnego pracy $L = 2\,508\,000 \text{ kGm}$.

Jeżeli przez c_s oznaczymy ciepło spalania, a przez μ szukaną masę paliwa w ciągu jednej sekundy, to będziemy mogli napisać:

$$Q = \mu \cdot c_s,$$

skąd

$$\mu = \frac{Q}{c_s}.$$

Z drugiej jednak strony

$$Q = \frac{L}{A},$$

a zatem

$$\mu = \frac{L}{A \cdot c_s} = \frac{2\,508\,000 \text{ kGm}}{427 \frac{\text{kGm}}{\text{kcal}} \cdot 12\,000 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}} \cong 0,49 \text{ kg}.$$