

## I OLIMPIADA FIZYCZNA (1997/1998). Etap II, zadanie teoretyczne – T1.

**Źródło:** Olimpiady Fizyczne I – IV. PZWS, Warszawa 1956

**Autor:** Stefan Czarnecki

**Nazwa zadania:** Osobliwy tor

**Działy:** Dynamika

**Słowa kluczowe:** dynamika, równanie sił, ciężar, żyroskop

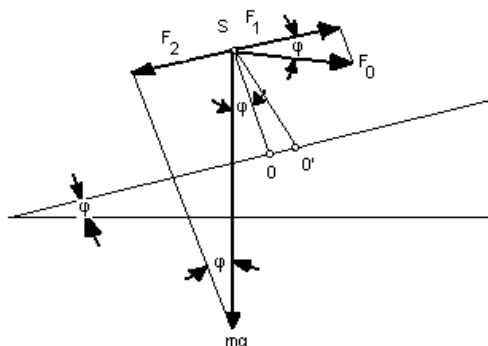
### Zadanie teoretyczne – T1, zawody II stopnia, I OF.

Jak należy zbudować tor kolejowy, by, przy danej prędkości pociągu, podróżny jadący w przedziale o zasłoniętych oknach nie odczuwał zakrętów toru. Przy pomocy jakich doświadczeń fizyk jadący w tym pociągu mógłby stwierdzić, że pociąg znajduje się na zakręcie?

### Rozwiązanie

Na wagon i na wszystko co się w nim znajduje, a więc i na pasażera, działa na zakręcie oprócz siły ciężkości jeszcze siła bezwładnej reakcji odśrodkowej (będziemy ją dalej nazywać siłą odśrodkową). Dzięki właśnie tej sile pasażer odczuwa każdy zakręt toru. Jest ona skierowana wzdłuż promienia krzywizny toru, prostopadłe do kierunku ruchu w danej chwili i do kierunku siły ciężkości.

Pasażer nie odczuje zakrętu, jeżeli tor kolejowy będzie tak nachylony, by równoległe do podłogi wagonu składowe reakcji odśrodkowej  $F_1$  i siły ciężkości  $F_2$  działające na środek masy  $S$  znosiły się nawzajem (rys. 1). Wyobraźmy sobie, że podróżny stoi w ten sposób, że nogi jego opierają się o podłogę wagonu w punkcie  $O$ . Gdy wzrośnie np. siła odśrodkowa  $F_0$ , a z nią składowa  $F_1$ , równowaga zostaje zachwiana i następuje obrót pasażera dokoła punktu  $O$  w kierunku zgodnym z  $F_1$ . Dla przywrócenia równowagi będzie on musiał wykonać krok stając w punkcie  $O'$  (w rzeczywistości wystarczy podeprzeć się jedną nogą w punkcie  $O'$ ). Dopóki nie skończy się zakręt pasażer będzie musiał stać pochylony względem podłogi w położeniu  $SO'$ .



Rys. 1

Gdy siła odśrodkowa zmniejszy się, zajdzie proces analogiczny, jednak w kierunku przeciwnym. Podróżny nie odczuje zakrętu, gdy składowe  $F_1$  i  $F_2$  będą się wzajemnie znosić przy prostopadłym położeniu pasażera względem podłogi. Musi zatem zachodzić równość:

$$F_1 = F_2. \quad (1)$$

Oznaczając przez  $\varphi$  szukany kąt nachylenia toru, przez  $m$  – masę pasażera i przez  $R$  – promień krzywizny toru na zakręcie, otrzymamy:

$$F_1 = F_0 \cos \varphi \quad (2)$$

$$F_1 = mg \sin \varphi.$$

Ze względu na

$$F_0 = \frac{mv^2}{R}, \quad (3)$$

mamy:

$$\frac{mv^2}{R} \cos \varphi = mg \sin \varphi. \quad (4)$$

Po podzieleniu obu stron przez  $m$  i po przekształceniu otrzymamy ostatecznie:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v^2}{Rg}. \quad (5)$$

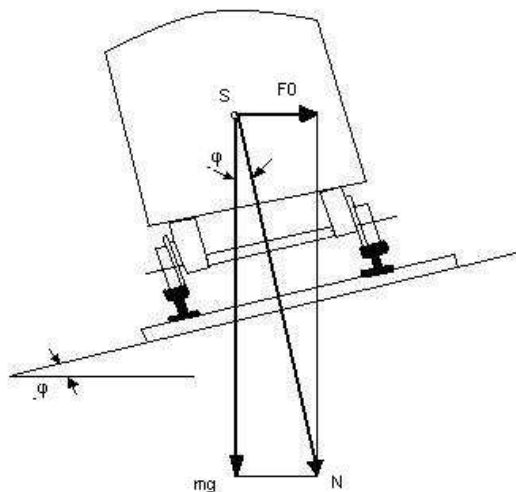
Opierając się na wniosku z przeprowadzonego wyżej rozumowania możemy uzyskać wynik drogą jeszcze prostszą. Stwierdziliśmy, że podróżny nie odczuje zakrętu, gdy zachowa równowagę stojąc prostopadle do podłogi, tzn. gdy wypadkowa  $N$  sił  $mg$  i  $F_0$  jest do podłogi normalna (rys. 2). Wówczas:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_0}{mg} = \frac{mv^2}{Rmg} = \frac{v^2}{Rg}. \quad (6)$$

Jeżeli tor będzie nachylony do poziomu pod kątem  $\varphi$ , spełniającym znaleziony warunek, pasażer nie odczuje zakrętu, jednakże za pomocą pewnych doświadczeń mógłby stwierdzić, że znajduje się na zakręcie. Najłatwiej posłużyć się po prostu busolą. Można także wykorzystać własność zachowywania płaszczyzny obrotu przez żyroskop. Przyrząd ten wskazać może nie tylko zmiany kierunku jazdy pociągu. Gdy ustawi się jego płaszczyznę obrotu pionowo i w kierunku jazdy, wykaże również każde pochylenie wagonu. W podobny sposób wykorzystać można wahadło, które zachowuje, jak wiemy, płaszczyznę wahań. Zakręt można także stwierdzić posługując się czułym dynamometrem, aczkolwiek wtedy nie da się ocenić, czy skręcamy w lewo, czy w prawo.

Istotnie, z rysunku widzimy, że wypadkową  $N$ , którą możemy nazwać siłą naciskającą (siła, z jaką np. siedzący pasażer naciska siedzenie ławki lub – dokładniej – siła, jaką wykaże dynamometr z zawieszonym ciężarkiem) można wyrazić następująco:

$$N = \frac{mg}{\cos \varphi}. \quad (7)$$



Rys. 2

Widać stąd, że  $N$  rośnie wraz z kątem  $\varphi$  (gdy rośnie prędkość wagonu i maleje promień krzywizny toru). Dla  $\varphi \rightarrow 0$   $N \rightarrow mg$ . Metoda ostatnia przy bardzo małych kątach, z jakimi mamy zwykle do czynienia, ze względu na bardzo powolną zmienność funkcji cosinus w pobliżu  $\varphi = 0$  jest jednak bardzo mało „czuła”. Na przykład przy kącie  $\varphi = 5^\circ$  dynamometr wskazywałby pozorny wzrost ciężaru o 0,37%.

Problem zbudowania takiego toru, na którym istotnie nie można bez użycia metod fizycznych stwierdzić zakrętu, mimo pozornej prostoty nie jest łatwy. Trudność stanowi sam moment przejścia z toru prostego w tor będący łukiem kołowym, gdyż w tym punkcie pasażerowie odczuliby wyraźny wstrząs. Przejście to musi być stopniowe wzdłuż specjalnej krzywej, którą znaleźć można posługując się metodami wyższej matematyki.

### Proponowana punktacja

1. Zapisanie równości  $F_1 = F_2$  do 2 pkt.
2. Wyznaczenie wartości siły  $F_1$  do 2 pkt.
3. Zastosowanie wzoru na siłę dośrodkową  $F_0 = \frac{mv^2}{R}$ , do 2 pkt.
4. Poprawny wynik końcowy do 2pkt.