

OLIMPIADA FIZYCZNA (2006/2007). Etap II, zadanie doświadczalne – D1.**Źródło:** Olimpiady Fizyczne I – IV. PZWS, Warszawa 1956**Autor:** Stefan Czarnecki**Nazwa zadania:** Obwody złożone – wykorzystywanie praw Kirchoffa**Działy:** Prąd elektryczny**Słowa kluczowe:** opór, amperomierz, akumulator, przewodniki do łączy**Zadanie doświadczalne – D1, zawody II stopnia, I OF.**

Dane są następujące elementy:

- 1) akumulator (ogniwo),
- 2) opór znany o wartości $R = 300 \Omega$,
- 3) opór nieznan R_x ,
- 4) amperomierz,
- 5) przewodniki do łączy.

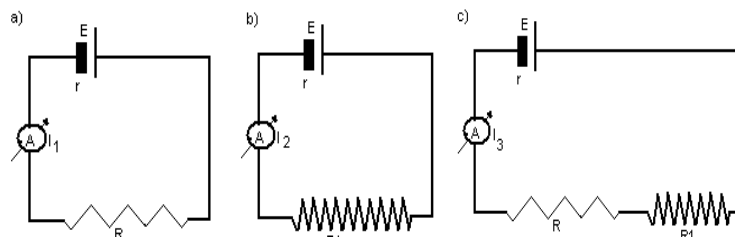
Wyznaczyć wartości:

- a) oporu nieznanego,
- b) SEM ogniwa,
- c) oporu wewnętrznego r .

Nie uwzględniamy oporu amperomierza i przewodników jako bardzo małych w stosunku do oporów innych elementów. Narysuj schematy dokonanych połączeń, podaj wzory, z których korzystasz, kolejne rachunki i wyniki końcowe. Wskaż możliwe źródła błędów.

Rozwiązanie

Oprzemy się na drugim prawie Kirchoffa, według którego suma spadków napięcia i sił elektromotorycznych czynnych w obwodzie równa się zero. W naszym przypadku mamy do czynienia z jednym źródłem prądu, czyli z jedną siłą elektromotoryczną. Możemy mówić zatem po prostu o prawie Ohma dla całego obwodu, które jest szczególnym przypadkiem II prawa Kirchoffa. Zestawimy obwód trzykrotnie włączając w obwód amperomierz oraz: za pierwszym razem opór znany R (rys. 1a), za drugim – opór szukany R_x (rys. 1b), wreszcie za trzecim oba opory szeregowo (rys. 1c).



Rys. 1

Oznaczając przez E siłę elektromotoryczną źródła, przez r jego opór wewnętrzny, przez R – opór znany i przez R_x opór szukany możemy napisać:

$$J_1 = \frac{E}{r + R}, \quad (1)$$

$$J_2 = \frac{E}{r + R_x}, \quad (2)$$

$$J_3 = \frac{E}{r + R + R_x}, \quad (3)$$

Mamy więc układ trzech równań z trzema niewiadomymi r , E , R_x . Rugując R_x z równań (2) i (3) zredukujemy układ do dwóch równań z dwiema niewiadomymi:

$$\left. \begin{aligned} EJ_2 - EJ_3 - J_2 J_3 R &= 0 \\ E - J_1 r - J_1 R &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Stąd po prostych przekształceniach otrzymamy

$$E = \frac{R J_2 J_3}{J_2 - J_3}, \quad (5)$$

oraz

$$r = \frac{R(-J_1 J_2 + J_2 J_3 + J_3 J_1)}{J_1(J_2 - J_3)}.$$

Trzecią niewiadomą R_x znajdziemy podstawiając obliczone wartości E i r do równania, np. (2):

$$R_x = \frac{R J_2 (J_1 - J_3)}{J_1 (J_2 - J_3)}. \quad (6)$$

Widzimy, że zagadnienie sprowadza się do pomiaru natężenia prądu w obwodzie przy każdym z trzech połączeń. Jeden ze zwycięzców I Olimpiady uzyskał następujące wartości natężenia prądu:

	J_1	J_2	J_3
I pomiar	0,580	0,510	0,280
II pomiar	0,590	0,515	0,275
III pomiar	0,590	0,505	0,275
średnia	0,587A	0,510A	0,277A.

Opierając się na tych danych mamy na podstawie wzorów (5), (6) i (7):

$$E = \frac{3 \cdot 0,510 \cdot 0,277}{0,233} = 1,82 \text{ V},$$

$$r = \frac{3(0,510 \cdot 0,277 + 0,277 \cdot 0,587 - 0,587 \cdot 0,510)}{0,587(0,510 - 0,277)} = \frac{3 \cdot 0,0045}{0,1368} = 0,099 \text{ } \Omega,$$

$$R_x = \frac{3 \cdot 0,510(0,587 - 0,277)}{0,587(0,510 - 0,277)} = 3,47 \text{ } \Omega.$$

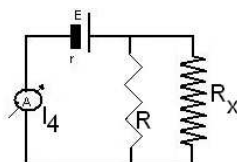
Z odchyłeń wartości J od średnich można ocenić w przybliżeniu możliwy przypadkowy błąd, jakim jest obarczony odczyt J_1 , J_2 i J_3 (zakładając, że przyrząd pomiarowy jest wycechowany bezbłędnie oraz, że nie było systematycznego błędu przy odczytywaniu, jak np. złe ustawienie oka itp.) Graniczny błąd odczytu możemy przyjąć $\Delta J = 0,005 \text{ A}$. Przeciętne odchylenie od średniej równe $0,003 \text{ A}$ możemy uważać za przypadkowy błąd każdego z pomiarów natężenia prądu.

Widać z tego, że dokładność wyniku nie jest duża, nie ma więc sensu pozostawianie trzeciej cyfry znaczącej. Ostatecznie możemy przyjąć:

$$\begin{aligned} E &\cong 1,8 \text{ V}, \\ R_x &\cong 3,5 \Omega, \\ r &\cong 0,1 \Omega. \end{aligned}$$

Najmniej pewna jest otrzymana wartość oporu wewnętrznego, której dokładność jak widać ze wzoru jest zależna od dokładności zmierzonych natężeń. Ponadto wartość r zawiera w sobie nie tylko opór wewnętrzny, ale i opór amperomierza oraz przewodów.

Dla sprawdzenia wyników możemy przeprowadzić jeszcze jeden pomiar łącząc oba opory równolegle (rys. 2).



Rys. 2

Stosując znowu prawo Ohma mamy:

$$J_4 = \frac{E}{r + R_x}$$

gdzie

$$R_x = \frac{R R_x}{R + R_x},$$

czyli

$$J_4 = \frac{E (R + R_x)}{r (R + R_x) + R R_x},$$

a stąd

$$r = \frac{E (R + R_x) - J_4 R R_x}{J_4 (R + R_x)}.$$

Pomiar J_4 dał wynik $1,05 \text{ A}$. Biorąc wartości R_x i E znalezione poprzednio i podstawiając do ostatniego wzoru znajdujemy $r = 0,12 \Omega$. Odchylenie zgodnie z przewidywaniami jest dość duże.

Średnia ocen za zadanie wyniosła 5,5 punktu.