I OLIMPIADA FIZYCZNA (1951/52). Etap I, zadanie teoretyczne T1

Źródło: Olimpiady Fizyczne I – IV. PZWS, Warszawa 1956

Autor: Stefan Czarnecki

Nazwa zadania: Temperaturowy współczynnik rozszerzalności liniowej drutu

Działy: Termodynamika

Słowa kluczowe: Temperaturowy współczynnik rozszerzalności liniowej, rozszerzalność temperaturowa, rozszerzalność cieplna, współczynnik rozszerzalności, drut, opór elektryczny, wydłużenie

Zadanie teoretyczne – T1, zawody I stopnia, I OF

Szklaną rurkę o masie m = 220 g, średnicy wewnętrznej 2R = 5mm i grubości ścianki b = 3mm, zatopioną na jednym końcu, wypełniono rtęcią i zanurzono otwartym końcem w zbiorniku z rtęcią. Rurka pływa utrzymywana w pozycji pionowej. Obliczyć głębokość zanurzenia rurki, gdy ciśnienie atmosferyczne wynosi 760 mm, gęstość rtęci – d_1 = 13,6 g/cm^3, gęstość szkła – d_2 = 2,4 g/cm^3.

Rozwiązanie

1. W celu rozstrzygnięcia, czy słupek rtęci w rurce będzie dotykał jej wierzchołka, czy też oderwie się od niego tworząc próżnię Torricellego, obliczymy najpierw długość rurki..
Masę rurki wyrazić możemy jako iloczyn objętości V szkła przez jego gęstość d_2:

$$m = Vd_2.$$

Ponieważ mamy

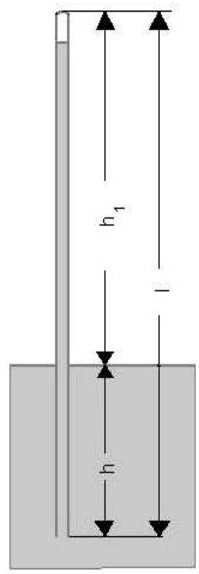
$$V = l\pi(R+b)^2 - l\pi R^2 = l\pi b(2R+b),$$

gdzie przez l oznaczyliśmy szukaną długość rurki (rys.1); przeto

$$m = l\pi b(2R+b)d_2$$

a stąd

$$l = \frac{m}{\pi b(2R+b)d_2} = \frac{220}{0{,}3(0{,}5+0{,}3)2{,}4} = 121{,}58\,cm$$



Rys.1

2. Załóżmy, że w rurce w czasie pływania tworzy się próżnia Torricellego, czyli że długość nie zanurzonej części rurki jest większa od 76 cm. Uwzględniając ciężar rurki, ciężar rtęci w części nie zanurzonej oraz parcie archimedesowskie działające na część rurki pozostającą pod powierzchnią rtęci, napiszemy warunek pływania. Oznaczając wysokość słupka rtęci nad jej poziomem w naczyniu przez h_1 oraz głębokość zanurzenia rurki przez h mamy: całkowity ciężar $Q = mg + h_1\pi R^2 d_1 g$, zaś parcie archimedesowskie:
$P = h\pi b\ (2R + b)\ d_1 g$. Warunkiem pływania jest równość $Q = P$, czyli:

$$mg + h_1 \pi R^2 d_1 g = h\pi b\ (2R + b) d_1 g$$

Dzieląc obie strony równania przez g i uwzględniając, że $h_1 = 76$ cm mamy:

$$h = \frac{m + h_1 \pi R^2 d_1}{\pi b\,(2R + b)\,d_1} = \frac{m + 76\pi R^2 d_1}{\pi b\,(2R + b)\,d_1} \ ,$$

skąd

$$h = \frac{220 + 76\pi \cdot 0{,}0625 \cdot 13{,}6}{\pi \cdot 0{,}3(0{,}5 + 0{,}3) \cdot 13{,}6} \cong 41{,}25\,\text{cm}.$$

Część zanurzona rurki ma długość 41,25 cm, czyli ponad poziom rtęci w naczyniu wystaje

$$l - h = 80{,}33\ cm\ .$$

Założenie nasze, że długość nie zanurzonej części rurki jest większa od 76 cm (nawet przy uwzględnieniu zatopienia na końcu rurki) było, jak z tego widać, zupełnie słuszne. Nie musimy wobec tego rozpatrywać drugiego przypadku, gdy rurka wypełniona jest rtęcią całkowicie. Nie bez powodu w treści zadania wspomniano, że rurka pływa „utrzymana w pozycji pionowej". Istotnie, rurka nie mogłaby się utrzymywać w czasie pływania w pozycji pionowej, ponieważ środek ciężkości rurki znajduje się znacznie wyżej niż środek parcia. Ten ostatni leży na głębokości $\frac{41{,}25}{2} = 20{,}625$ cm pod powierzchnią rtęci, podczas gdy środek ciężkości – wyżej niż $\frac{76 + 41{,}25}{2} - 41{,}25 = 17{,}37$ cm nad powierzchnią rtęci. Mamy tu więc do czynienia ze stanem równowagi chwiejnej.

Przeciętna ocena za to zadanie wyniosła 4,7 punktu.