

Zadanie 1

Marek i Kasia lubią popijać w pracy kawę z mlekiem. Oboje nalewają kawę z ekspresu w kuchni. Marek jeszcze w kuchni dolewa do kawy mleko o temperaturze pokojowej, a potem znosi powstały napój do swojego biurka znajdującego się dość daleko od kuchni. Kasia dolewa mleko do kawy dopiero przy swoim biurku. Zakładając, że postępowanie Marka różni się od postępowania Kasi tylko chwilą dolania mleka, określ, czyja kawa z mlekiem będzie miała wyższą temperaturę w momencie rozpoczęcia picia kawy przy biurku.

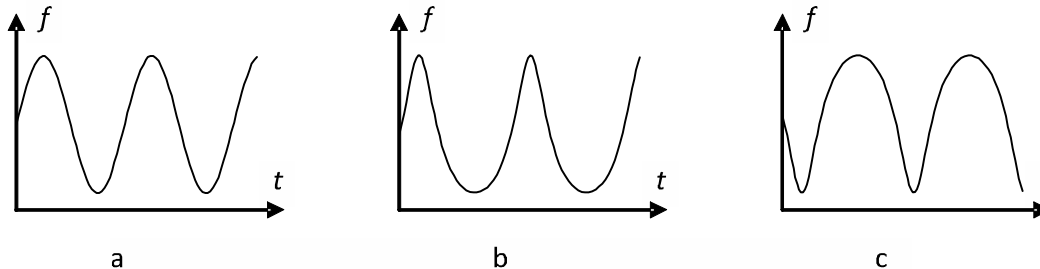
Zadanie 2

Pozioma płyta obraca się wokół pionowej osi. Na płycie, w pewnej odległości od tej osi stoi szklany cylinder, wewnątrz którego pali się świeczka.

W którą stronę odchyła się płomień świeczki?

Zadanie 3

Źródło dźwięku harmonicznego porusza się ruchem jednostajnym po okręgu z prędkością mniejszą od prędkości dźwięku w ośrodku (powietrzu), ale porównywalną z nią. W dużej odległości od źródła w płaszczyźnie jego ruchu znajduje się nieruchomy mikrofon rejestrujący przebieg czasowy częstotliwości odbieranego dźwięku. Który z poniższych wykresów może przedstawiać ten przebieg?



Rysunek do zadania 3.

Częstotliwość dźwięku jest znacznie wyższa od częstotliwości ruchu źródła po okręgu. Oś czasu na wykresach nie pokrywa się z zerową wartością częstotliwości.

Zadanie 4

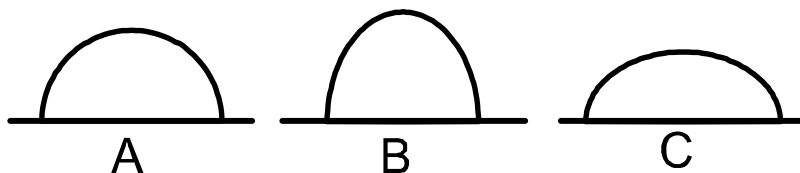
Czy ciśnienie w okolicy podwodnej góry jest większe, mniejsze czy takie samo w porównaniu z sytuacją, gdy takiej góry nie ma? Rozważ następujące miejsca:

- a) punkt w wodzie tuż nad górą,
- b) punkt w wodzie tuż obok podstawy góry.

Przyjmij, że góra jest mała w porównaniu z głębokością morza, tak że można pominąć wpływ obecności góry na kształt powierzchni wody.

Zadanie 5

Postanowiono zbudować podwodny tunel biegnący po poziomym dnie morza. Wiadomo, że gdyby ciśnienie na zewnątrz tunelu było jednorodne, to z punktu widzenia wytrzymałości mechanicznej (odporności na ciśnienie), najlepszym kształtem poprzecznego przekroju ściany tego tunelu byłby półokrąg (patrz rys. A) – wtedy w idealnych warunkach ściana mogłaby mieć bardzo małą sztywność, gdyż nie występowałyby siły zginające ją, a jedynie ściskające. W rzeczywistości jednak ciśnienie wody rośnie z głębokością. Czy należy zmienić ten kształt, aby w tej sytuacji na ścianę nie działały siły zginające? Jeśli tak, to który z rysunków – B czy C – przedstawia schematycznie, jak należy zmodyfikować ten kształt?



Rysunek do zadania 5.

W rozważaniach pominij masę ścian tunelu.

Zadanie 6

Rozważmy masy m oraz M połączone nieważką sprężyną o współczynniku sprężystości k . Początkowo sprężyna była nienapięta. Następnie masie m nadano prędkość v_0 skierowaną wzdłuż sprężyny w stronę masy M . Masy najpierw zbliżyły się do siebie, a następnie zaczęły się od siebie oddalać. Gdy prędkość oddalania się mas przestała wzrastać, sprężynę przecięto. Wyznacz końcową prędkość masy M .

Na układ nie działają żadne siły zewnętrzne.

Zadanie 7

W 3333 roku postanowiono wybudować tunel przez środek Ziemi. Tunel ma łączyć dwa przeciwległe punkty na równiku.

Czy można tak dobrać kształt tego tunelu (tzn. nie musi on być prosty), aby nienapędzana kapsuła, nieruchoma względem powierzchni Ziemi we wlocie tego tunelu, miała niezerową prędkość względem powierzchni Ziemi w jego wylocie? Jeśli tak, to naszkicuj ten kształt. Uwzględnij, że Ziemia się obraca. Pominij oddziaływanie grawitacyjne Słońca i innych ciał niebieskich. Pominij tarcie w trakcie ruchu kapsuły. Przyjmij, że masa kapsuły jest pomijalnie mała w stosunku do masy Ziemi oraz że Ziemia ma kształt kuli.

Zadanie 8

W wyniku modernizacji maksymalna energia protonów krążących w Wielkim Zderzaczu Hadronów protonów wzrosła z 3,5 TeV do 7 TeV.

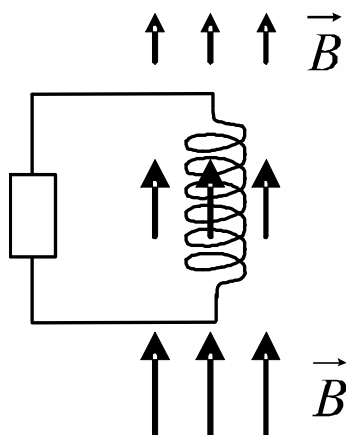
Wyobraźmy sobie wyścig dwóch protonów w tunelu LHC, jednego o energii 3,5 TeV, a drugiego o energii 7 TeV w tunelu LHC. Oba protony startują równocześnie. Jaka będzie odległość między nimi po przebyciu całej długości tunelu równej 27 km?

Energia spoczynkowa protonu wynosi 938 MeV. Relatywistyczne związki między energią E , pędem p , energią spoczynkową E_0 oraz prędkością v cząstki są następujące

$$E^2 - p^2 c^2 = E_0^2, \quad v = \frac{p}{E/c^2},$$

gdzie c jest prędkością światła.

Zadanie 9



Rysunek do zadania 9.

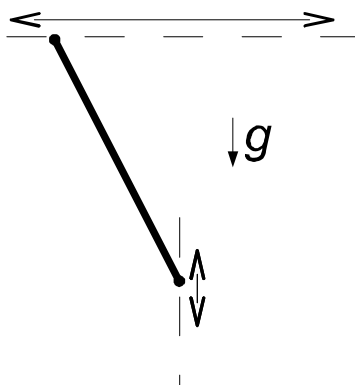
Zaproponowano następujący sposób konstrukcji perpetuum mobile. Do zwojnicy dołączamy odbiornik energii (np. opornik) i umieszczamy zwojnicę w polu magnetycznym skierowanym równoległe do osi zwojnicy (osi y) i zmieniającym się wzdłuż tej osi – patrz rysunek. Gdy przesuwamy zwojnicę wzdłuż osi y , zmiana strumienia powoduje powstanie siły elektromotorycznej indukcji i przekazanie energii do odbiornika. Z drugiej strony siła, z jaką pole działa na zwoje, jest prostopadła do kierunku pola, więc przesuwanie zwojnicy nie wymaga wykonania pracy. Gdzie leży błąd w powyższym rozumowaniu?

Zadanie 10

Jądro komety 67P/Czuriumow-Gierasimienko, będące celem misji Rosetta, ma masę około 10^{13} kg i objętość około 25 km^3 . Zakładając, że to jądro jest jednorodną kulą, wyznacz przyspieszenie grawitacyjne na jego powierzchni oraz prędkość ucieczki z niej.

Uwaga: w rzeczywistości jądro to jest bardzo nieregularne i nie przypomina kuli, jednak przyjęcie, że to jest kula, pozwala na najprostsze oszacowanie szukanych wielkości.

Zadanie 11



Rysunek do zadania 11.

Rozważmy cienki, jednorodny pręt o długości l znajdujący się w polu grawitacyjnym g . Jeden koniec tego pręta może się poruszać po prostej pionowej, a drugi po prostej poziomej, przecinającej się z tą pionową - patrz rysunek. Wyznacz częstotliwość małych drgań pręta wokół położenia równowagi.

Zaniedbaj wszelkie opory ruchu.

Zadanie 12

Rozważmy:

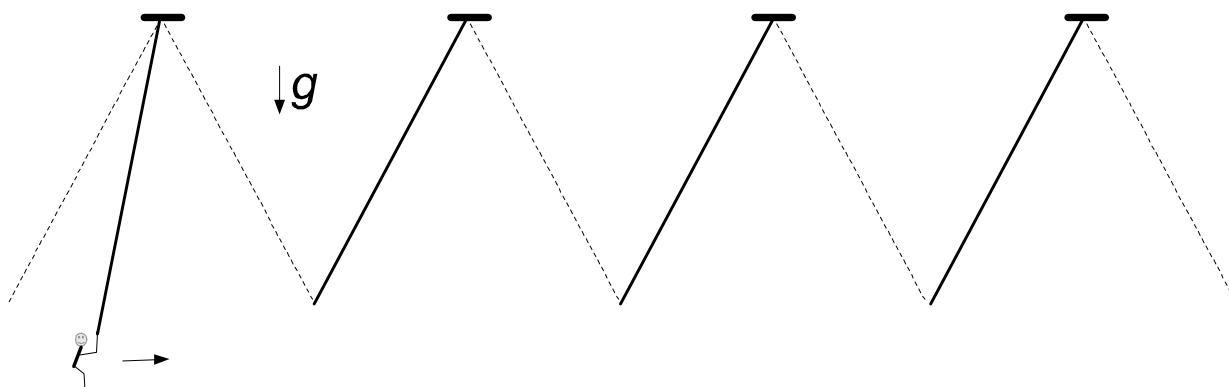
a) gęsto nawinięty solenoid o promieniu r i długości $l \gg r$,

b) nadprzewodzącą rurę o promieniu r i długości $l \gg r$.

Prąd płynący przez solenoid oraz prąd płynący w rurze są takie, że strumień pola B przez przekrój przechodzący przez środek geometryczny i prostopadły do osi w każdym z tych dwóch przypadków wynosi Φ_0 . Jakie są strumienie pola B : Φ_s - przechodzącego przez koło na końcu solenoidu, oraz Φ_w - przez koło stanowiące podstawę nadprzewodzącego walca?

Pole magnetyczne nie wnika do wnętrza nadprzewodnika - tuż przy jego powierzchni linie tego pola są styczne do tej powierzchni.

Zadanie 13



Rysunek do zadania 13.

Tarzan potrafi przemieszczać się po dżungli przeskakując z liany na lianę - patrz rysunek. Przyjmijmy, że położenie Tarzana w najwyższym punkcie jest wyższe od położenia w najniższym punkcie o ustaloną wysokość h , przeskakiwanie jest natychmiastowe, a prędkość Tarzana w najwyższym punkcie zerowa. Długość każdej liany wynosi l .

Ile wynosi średnia prędkość przemieszczania się Tarzana? Kiedy ta prędkość jest większa: gdy liany są dłuższe, czy gdy są krótsze?

Przyjmij, że za wyjątkiem momentów przeskakiwania ruch Tarzana jest ruchem harmonicznym.

Zadanie 14

Statek kosmiczny ląduje na Księżycu, poruszając się w końcowej fazie lotu pionowo i hamując silnikiem raketowym. Gdy znajduje się na wysokości 1 km nad gruntem i porusza się ze sporą prędkością, astronauta orientują się, że może im zabraknąć paliwa. Jak powinni postąpić, aby zużyć w trakcie lądowania jak najmniej paliwa i nie rozbić się o powierzchnię Księżyca:

- a) natychmiast włączyć pełną moc silnika i wyhamować do bardzo małej prędkości, a potem powoli wylądować z włączonym silnikiem;
 - b) hamować tak, by opóźnienie w trakcie lądowania było w przybliżeniu stałe;
 - c) rozpocząć hamowanie jak najpóźniej, a w ostatniej fazie włączyć silnik z pełną mocą?
- Dla uproszczenia przyjmij, że masa paliwa jest znacznie mniejsza od całkowitej masy statku.

Zadanie 15

Wiadomo, że podczas ruchu naładowanej cząstki w stałym polu magnetycznym o indukcji B i skierowanym wzdłuż osi z , składowa p_x pędu tej cząstki nie jest zachowana. Zachowana jest jednak wielkość $p_x + wyB$, gdzie w jest pewnym współczynnikiem. Wyznacz ten współczynnik.

Komentarz: patrz zad 3 (i jego rozwiązanie) z finału 63. Olimpiady Fizycznej.

Rozwiązanie zadania 1. (*Kawa z mlekiem*) Zwróć uwagę na rozwiązania tego problemu

Gdyby nie było chłodzenia napoju przez otoczenie, w obu przypadkach rozważana temperatura byłaby taka sama. Gdy mleko zostanie dolane dopiero przy biurku, w czasie przenoszenia napoju do biurka jego temperatura będzie wyższa, niż gdy mleko zostanie dolane już w kuchni. A ponieważ ciepło oddane otoczeniu przez napój będzie tym większe, im większa jest różnica między temperaturą napoju a temperaturą otoczenia, ostatecznie kawa z mlekiem Kasi będzie chłodniejsza niż kawa z mlekiem Marka.

Rozwiązanie zadania 2. (*Odchylenie się płomienia świeczki na obracającej się płycie*)

W układzie cylindra działa siła odśrodkowa powodująca, że efektywna siła ciężkości ma składową skierowaną od osi obrotu – zimniejsze, gęstsze powietrze będzie przepływało w kierunku tej składowej. Zatem płomień odchyli się w kierunku do osi obrotu.

Rozwiązanie zadania 3. (*Kształt wykresu częstotliwości częstotliwości dźwięku pochodzącego od źródła poruszającego się po okręgu*)

Poprawnym wykresem jest b. Jest kilka sposobów uzasadniających „zaostrenie” wykresu w okolicach maksimum częstotliwości i „złagodzenie” minimum:

1. Zgodnie ze wzorem $f = f_0 \frac{c}{c \pm v_0}$ podwyższenie częstotliwości wskutek odejmowania w mianowniku jest większe niż jej obniżenie wskutek dodawania (przy tej samej wartości v_0). Z drugiej strony, średnia częstotliwość dźwięku odbieranego jest taka sama jak częstotliwość wysyłana, gdyż w ciągu długiego czasu całkowita liczba odbieranych grzbietów fali jest taka sama jak liczba grzbietów wysyłanych. Zatem pole tych części wykresów, które są powyżej f_0 , musi być równe polu między f_0 a niżej leżącymi częściami. Skoro odchylenia w górę są większe, to te maksima muszą być węższe od odchylen w dół.

2. Rozpatrzmy część toru źródła w okolicy punktu najszybszego zbliżania oraz taką samą co do długości część w okolicy punktu najszybszego oddalania. Czas przebycia obu części przez źródło jest ten sam, ale czas odbierania dźwięku wysłanego z pierwszej części jest krótszy od czasu odbierania dźwięku wysłanego z drugiej części (efekt retardacji). To oznacza zwężenie maksimum i poszerzenie minimum.

Rozwiązanie zadania 4. (*Ciśnienie w pobliżu podwodnej góry*)

W przypadku jednorodnego pola grawitacyjnego wzór na różnicę ciśnień hydrostatycznych ma postać $p_2 - p_1 = -\rho g (h_2 - h_1)$, gdzie ρ jest gęstością cieczy (zakładamy tu, że jest ona stała), g – przyspieszeniem grawitacyjnym, h_1, h_2 – wysokościami w miejscach 1 i 2, natomiast p_1, p_2 – ciśnieniami w miejscach 1 i 2. Wzór ten można przepisać w postaci

$$E_2 - E_1 + V (p_2 - p_1) = 0, \quad (1)$$

gdzie V jest objętością małej porcji wody, $E_1 = \rho g h_1$ – grawitacyjną energią potencjalną rozważanej porcji wody w punkcie 1, a $E_2 = \rho g h_2$ – grawitacyjną energią potencjalną rozważanej porcji wody w punkcie 2. Zauważmy, że aby przenieść porcję wody o objętości v z miejsca o ciśnieniu p_1 do miejsca o ciśnieniu p_2 należy wykonać przeciwko siłom ciśnienia pracę $-p_1 V + p_2 V = -V \Delta p$. Zatem wzór (1) oznacza, że w stanie równowagi hydrostatycznej całkowita praca potrzebna do przemieszczenia porcji wody z jednego punktu do innego jest równa zero. Jest on prawdziwy dla dowolnej postaci grawitacyjnej energii potencjalnej.

Jeśli gęstość góry jest większa od gęstości wody, to energia potencjalna porcji wody w pobliżu góry jest – z powodu jej przyciągania – niższa niż z dala od niej. Przepisując wzór (1) w postaci $p_2 = p_1 - \frac{(E_2 - E_1)}{V}$, otrzymujemy, że ciśnienie w pobliżu góry jest wyższe niż na takiej samej głębokości z dala od niej (lub gdy góry nie ma).

Rozwiązanie zadania 5. (*Kształt podwodnego tunelu*)

Wyobraźmy sobie, że zmieniamy zwrot sił działających na ściany tunelu na przeciwny (czyli zamiast naciskania na nie, mamy do czynienia z „zasysaniem”). W takiej sytuacji, gdy ściany są

wiotkie, tunel samoistnie przybierze kształt, dla którego nie występują siły zginające. W miejscach, gdzie zasysanie jest większe, promień krzywizny przekroju ściany będzie mniejszy, a w miejscach, gdzie zasysanie jest mniejsze – promień krzywizny będzie większy (w granicznym przypadku braku zasysania ściana może być płaska). To oznacza, że w tej „odwróconej” sytuacji tunel przybrałby kształt C. Podkreślmy, że w tym przypadku na ściany tunelu nie działają żadne siły zginające. Jeśli teraz zamienimy zwroty wszystkich działających sił na przeciwne, to na ściany nadal nie będą działały siły zginające, a wrócimy do sytuacji rozważanej w zadaniu. Zatem tunel powinien mieć kształt C.

Rozwiązanie zadania 6. (*Masy połączone sprężyną*)

Prędkość środka masy układu wynosi stale $V_{\text{SM}} = \frac{mv_0}{m+M}$, a początkowa względna prędkość wynosiła $-v_0$ (masy się zbliżały). Gdy prędkość oddalania się mas przestaje wzrastać, jest ona maksymalna i wynosi $+v_0$. W tym momencie prędkość masy m jest równa $V_{\text{SM}} - \frac{M}{m+M}v_0$, natomiast masy M – $V_{\text{SM}} + \frac{m}{m+M}v_0$. Zatem końcowa prędkość masy M wynosi $\frac{2m}{m+M}v_0$. Zauważając, że rozważana chwila przerwania sprężyny odpowiada nienapiętej sprężynie, ten sam wynik można otrzymać korzystając z zasady zachowania energii oraz zasady zachowania pędu.

Rozwiązanie zadania 7. (*Tunel przez środek Ziemi*)

Gdyby Ziemia się nie obracała, z zasady zachowania energii wynikałoby, że kapsuła, wylatując z tunelu, nie może mieć prędkości większej, niż wlatując do niego. Jednak w przypadku obracającej się Ziemi argument oparty na zasadzie zachowania energii nie jest wystarczający, gdyż kapsuła mogłaby zwiększać swoją prędkość kosztem energii obrotowej Ziemi.

Rozwiązanie A.

Rozważmy zagadnienie w układzie współobracającym się z Ziemią. W takim układzie na kapsułę działa radialnie skierowana siła grawitacji Ziemi, siła reakcji ścian tunelu oraz siły bezwładności: radialnie skierowana siła odśrodkowa oraz siły, które są prostopadłe do prędkości kapsuły. Ponieważ w rozważanym układzie ściany tunelu są nieruchome, nie mogą one zwiększać prędkości kapsuły. Prostopadłe do prędkości siły bezwładności nie mogą wykonać pracy, natomiast całkowita praca wykonana przez siłę odśrodkową oraz siłę grawitacyjną jest równa zero. Zatem energia kapsuły w wylocie nie może być większa niż energia we wlocie. Czyli nie można zbudować rozważanego tunelu.

Rozwiązanie B.

Energię kinetyczną układu wielu ciał można przedstawić jako sumę energii kinetycznej ruchu środka masy oraz energii kinetycznej ruchu względnego. W podobny sposób energia kinetyczna ruchu obrotowego jest równa sumie energii kinetycznej obrotu układu jako całości oraz energii obrotów względnych. Dla dwóch ciał o momentach bezwładności względem osi obrotu I_1 oraz I_2 i prędkościach kątowych ω_1 oraz ω_2 całkowita energia kinetyczna ruchu obrotowego jest równa

$$\frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\Omega^2 + U,$$

gdzie $\Omega = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2}$, $U = \frac{1}{2}I_1(\Delta\omega_1)^2 + \frac{1}{2}I_2(\Delta\omega_2)^2$, $\Delta\omega_i = \omega_i - \Omega$, $i = 1, 2$.

Niech wskaźnik 1 odnosi się do kapsuły a wskaźnik 2 – do Ziemi. Dodajmy też wskaźniki p oraz k oznaczające odpowiednio stan początkowy (kapsuła we wlocie tunelu) oraz stan końcowy (kapsuła w wylocie tunelu). Początkowo kapsuła jest nieruchoma względem powierzchni Ziemi, zatem $\omega_{1p} = \omega_{2p} = \Omega_p$, tzn. energia kinetyczna obrotów względnych U_p jest równa zero. Ponieważ momenty bezwładności zarówno Ziemi jak i kapsuły (względem wspólnego środka masy) są takie same w stanie początkowym, jak i końcowym, zasadę zachowania energii możemy napisać następująco

$$\frac{1}{2}I_1\omega_{1p}^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_{2p}^2 = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\Omega_p^2 = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\Omega_k^2 + U_k.$$

Ale z definicji Ω i zasady zachowania momentu pędu $\Omega_p = \Omega_k$, zatem U_k w powyższym wzorze jest równe 0. A to oznacza, że $\omega_{1k} = \omega_{2k} = \Omega_k = \Omega_p$. Ponieważ $\frac{1}{2}(I_1 + I_2)\Omega_k^2$ jest równe całej

początkowej energii kinetycznej, również radialna prędkość kapsuły musi być w stanie końcowym równa 0.

Rozwiązanie C.

Ponieważ potencjalna energia grawitacyjna kapsuły na początku i na końcu tunelu jest taka sama, z zasady zachowania energii wynika, że

$$\frac{1}{2}mv_p^2 + \frac{1}{2}I\omega_p^2 \geq \frac{1}{2}mv_k^2 + \frac{1}{2}I\omega_k^2, \quad (2)$$

gdzie v_p jest początkową, styczną do równika prędkością kapsuły, v_k jest styczną do równika składową końcową prędkości kapsuły, natomiast ω_p oraz ω_k są odpowiednio początkową oraz końcową prędkością kątową obrotu Ziemi. Wszystkie prędkości rozpatrujemy w układzie środka masy układu kapsuła-Ziemia, a I jest momentem bezwładności Ziemi względem tego środka masy. Powyższa nierówność uwzględnia możliwe straty energii związane z tarciem oraz to, że końcowa prędkość może mieć inne składowe niż styczna do równika. Z zasady zachowania momentu pędu otrzymamy

$$mrv_p + I\omega_p = mrv_k + I\omega_k,$$

gdzie r jest odległością kapsuły od środka masy. Powyższe wyrażenia można przepisać w postaci

$$\begin{aligned} m(v_p^2 - v_k^2) &\geq I(\omega_k^2 - \omega_p^2), \\ m(v_p - v_k) &= \frac{I}{r}(\omega_k - \omega_p). \end{aligned}$$

Przy założeniu $v_p > v_k$ (więc również $\omega_k > \omega_p$), otrzymujemy stąd

$$v_p + v_k \geq r(\omega_k + \omega_p).$$

Ponieważ początkowo kapsuła nie poruszała się względem powierzchni Ziemi, mamy $v_p = r\omega_p$, a zatem $v_k \geq r\omega_k$. Uwzględniając $\omega_k > \omega_p$, a następnie znowu $v_p = r\omega_p$, otrzymamy

$$v_k \geq r\omega_k > r\omega_p = v_p,$$

czyli sprzeczność z założeniem $v_p > v_k$.

Podobnie, zakładając $v_p < v_k$ (więc również $\omega_k < \omega_p$), otrzymujemy

$$v_p + v_k \leq r(\omega_k + \omega_p),$$

a zatem

$$v_k \leq r\omega_k < r\omega_p = v_p,$$

czyli znowu sprzeczność. Oznacza to, że jedyną możliwością jest $v_p = v_k$ (oraz $\omega_k = \omega_p$). Zauważmy, że w takim przypadku obie strony nierówności (2) są równe, a zatem nie ma miejsca na dodatkową energię ruchu postępowego związaną ze składowymi prostopadłymi do równika. Nie mogą też wystąpić straty energii związane z tarciem – gdyby wystąpiły, kapsuła nie mogłaby wylecieć z powrotem na powierzchnię Ziemi.

Rozwiązanie zadania 8. (*Wzrost prędkości protonów spowodowany wzrostem energii w LHC*)

Mamy $v = pc^2/E = c\sqrt{E^2 - E_0^2}/E = c\sqrt{1 - (E_0/E)^2}$.

Dla energii 3,5 TeV otrzymamy $v_1 = 0,9999999641 c$

Dla energii 7 TeV otrzymamy $v_2 = 0,9999999910 c$

Zatem szukana odległość między protonami $\Delta s \approx 27 \text{ km}/c \cdot (v_2 - v_1) = 0,0000000269 \cdot 27 \text{ km} = 0,7 \text{ mm}$.

Rozwiązanie zadania 9. (*Magnetyczne perpetuum mobile*)

Jeśli rozważymy walec o osi pokrywającej się z osią y , to całkowity strumień pola magnetycznego przez jego powierzchnię jest różny od zera. To by oznaczało, że wewnątrz tego walca znajdują się ładunki magnetyczne (cząstki, z których wybiegają linie pola magnetycznego). Ponieważ ładunki magnetyczne nie istnieją, pola opisanego w treści zadania nie można wytworzyć.

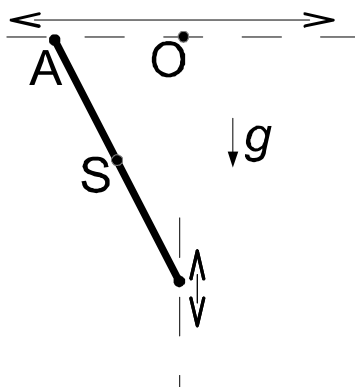
Uwaga: fakt, że strumień pola magnetycznego przez dowolną zamkniętą powierzchnię jest równy zero, bywa nazywany magnetycznym prawem Gaussa.

Rozwiązanie zadania 10. (*Misja Rosetta*)

Uwzględniając, że dla kuli $r = \sqrt[3]{V/(4\pi/3)} = 1,81$ km i korzystając ze znanych wzorów otrzymujemy: $g = GM/r^2 = 2 \cdot 10^{-4}$ m/s², $v_{ucieczki} = \sqrt{2GM/r} = 0,9$ m/s.

Rozwiązanie zadania 11. (*Drgania pręta*)

Niech O oznacza punkt przecięcia rozważanych prostych, S – środek masy pręta, zaś A – górny koniec pręta (patrz rysunek).



Zauważmy, że kąt, o jaki pręt jest odchylony od pionu, jest równy kątowi, jaki tworzy z pionem odcinek OS . Jednocześnie punkt S porusza się po okręgu o promieniu $l/2$ wokół punktu O . Zatem prędkość kątowa ruchu obrotowego pręta jest równa prędkości kątowej ruchu punktu S po okręgu.

Powyższe oznacza, że zarówno energia kinetyczna, jak i energia potencjalna są takie same jak energia kinetyczna pręta zawieszono w punkcie O za punkt A . Z tego wynika, że częstotliwość drgań naszego pręta jest równa częstotliwości drgań wahadła fizycznego o momencie bezwładności względem środka masy $I = \frac{1}{12}ml^2$ (czyli pręta) i odległości środka masy od punktu zawieszenia równej $d = l/2$. A ta częstotliwość jest równa

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{gd}{d^2 + I/m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3g}{2l}}.$$

Rozwiązanie zadania 12. (*Solenoid kontra nadprzewodząca rura*)

W przypadku nadprzewodzącej rury linie pola B nie mogą przecinać powierzchni nadprzewodnika, z zatem strumień tego pola przez przekrój poprzeczny rury będzie stały na całej długości rury. Zatem $\Phi = \Phi_0$.

W przypadku solenoidu wyobraźmy sobie, że na końcu rozważanego solenoidu dołączyliśmy współosiowo drugi, taki sam, z tak samo płynącym prądem. Otrzymamy dwa razy dłuższy solenoid, w połowie którego (czyli na końcu tego pierwotnego solenoidu) strumień pola B wynosi Φ_0 . Ale połowa tego strumienia pochodzi od pierwszego solenoidu, a połowa od drugiego. Zatem $\Phi_s = \Phi_0/2$.

Rozwiązanie zadania 13. (*Tarzan na lianie*)

W przybliżeniu małych drgań półokres drgania wynosi $T_{1/2} = \pi\sqrt{l/g}$. Odległość przebyta w trakcie tego półokresu wynosi $s_{1/2} = 2\sqrt{l^2 - (l-h)^2} = 2\sqrt{2lh - h^2} = 2\sqrt{2lh}\sqrt{1 - \frac{h}{2l}}$. Zatem średnia prędkość przemieszczania się Tarzana to $s_{1/2}/T_{1/2} = 2\sqrt{2gh}/\sqrt{1 - \frac{h}{2l}}/\pi$. Widać, że prędkość przemieszczania jest większa, gdy liany są dłuższe (graniczna prędkość to $2\sqrt{2gh}/\pi$).

Rozwiązanie zadania 14. (*Oszczędne lądowanie*)

Statek, lądując, ma do wykonania dwa zadania: zmniejszyć prędkość do zera (powiedzmy, że początkowo wynosiła v_0) oraz przeciwstawiać się grawitacji w trakcie lądowania. Jeśli lądowanie trwa czas T , to sytuacja jest równoważna wyhamowaniu bez grawitacji od prędkości $v_0 + gT$ do zera. A to oznacza, że im krócej trwa lądowanie, tym mniej paliwa zostanie zużyte. Czyli astronauta powinni wybrać wariant c).

Rozwiązanie zadania 15. (*Zasada zachowania pędu w polu magnetycznym*)

Mamy $\frac{dp_x}{dt} = qv_y B$, stąd $dp_x = qBv_y dt = qBdy$. Zatem

$$\frac{d}{dt}(p_x - qBy) = 0,$$

czyli $p_x - qBy = \text{const}$, więc współczynnik $w = -q$.