

XIX OLIMPIADA FIZYCZNA(1970/1971). Stopień III, zadanie doświadczalne – D

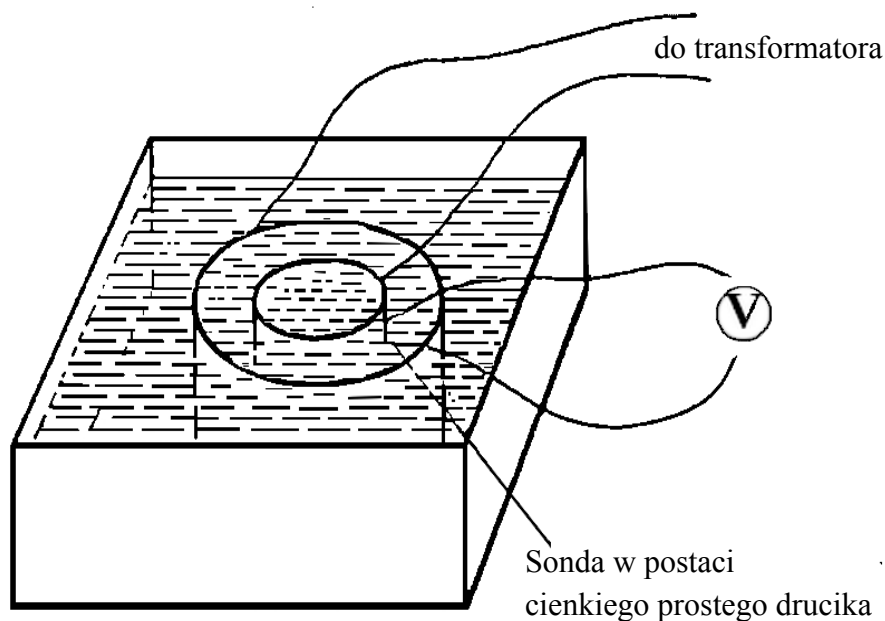
- Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Waldemar Gorzkowski: Olimpiady fizyczne XIX i XX. WSiP, Warszawa 1974.
- Nazwa zadania:** Wyznaczanie rozkładu potencjału w elektrolicie między walcowymi elektrodami.
- Działy:** Elektrochemia, elektryczność.
- Słowa kluczowe:** napięcie, rozkład potencjału, prąd przemienny, natężenie, gęstość prądu, opór, ładunek, transformator, sonda, elektroda, źródło napięcia, woltomierz, roztwór, elektrolit, siarczan miedzi.

Zadanie doświadczalne – D, zawody III stopnia, XIX OF.

W wannie elektrolitycznej napełnionej roztworem wodnym siarczanu miedzi umieść koncentrycznie dwie elektrody walcowe. Do elektrod dołącz źródło napięcia, którym jest transformator dzwonekowy dający napięcie 12 V. Za pomocą woltomierza zbadaj rozkład potencjału w układzie. Wyznacz, jak zmienia się napięcie w zależności od odległości od środka układu. Wyjaśnij otrzymaną zależność. Jeśli potrafisz, podaj jej uzasadnienie teoretyczne. Dlaczego w doświadczeniach tego typu wygodniej jest używać prądu przemiennego?

Rozwiązanie

Układ doświadczalny pokazany jest na rysunku 1. Rozkład potencjału w roztworze wyznaczamy mierząc napięcie między ustalonym punktem układu (np. jakimś punktem elektrody wewnętrznej), a sonda w postaci cienkiego prostego drutu. Odległość sondy od środka układu mierzymy linijką. Sonda w czasie pomiarów powinna być ustawiona pionowo. Pomiar napięcia w różnych punktach przy tym samym r bardzo dobrze potwierdzają ten wniosek.

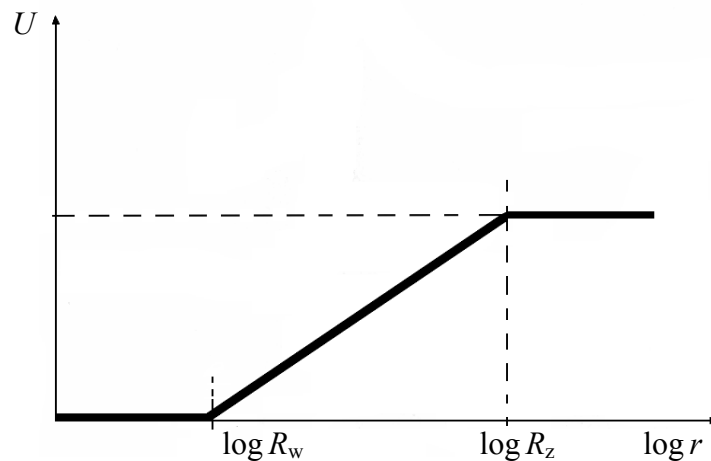


Rys. 1.

Zauważmy, że z faktu tego wynika, iż opór roztworu jest znacznie większy niż opór walcowych elektrod. W przeciwnym bowiem wypadku przy ustalonym położeniu sondy wielkość potencjału zależałaby od tego, w którym punkcie elektrody wewnętrznej jest podłączona druga końcówka woltomierza, a tego się nie stwierdza.

Tak więc, rozkład napięcia w układzie w pełni charakteryzuje funkcja $U(r)$, czyli napięcie między elektrodą wewnętrzną a sonda znajdująca się w odległości r od środka układu. Typowy przebieg funkcji $U(r)$ wyznaczonej doświadczalnie wygląda tak, jak na rysunku 2. Na osi odciętych odłożono $\log r$, a na osi rzędnych U . R_w i R_z oznaczają promienie elektrod, odpowiednio, wewnętrznej i zewnętrznej. W zestawie otrzymanym przez zawodników R_w wynosiła kilka, a R_z kilkanaście centymetrów. Do pomiarów używano wysokoopornowych woltomierzy laboratoryjnych.

Jak widać z wykresu, funkcja $U(r)$ dla $r < R_w$ i $r > R_z$ jest stała (w granicach niepewności pomiarowych), natomiast między R_w i R_z zależy od $\log r$ w sposób liniowy (oczywiście również w granicach błędu doświadczalnego). Na wykresach otrzymanych przez uczestników, którzy mieli woltomierze o niższej niż inni oporności wewnętrznej można zaobserwować niewielkie (tj. na granicy błędu doświadczalnego) odstępstwa od prostoliniowego biegu poszczególnych części wykresu. Odstępstwa te nie zmieniają zasadniczego kształtu zależności.

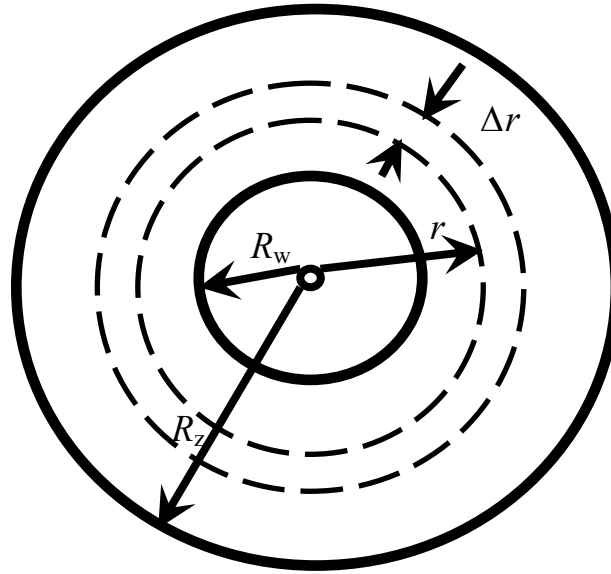


Rys. 2.

Uzasadnimy teraz otrzymaną doświadczalnie zależność U od r . Niech h oznacza głębokość warstwy roztworu (zakładamy, że h jest wszędzie jednakowe). Przez j oznaczmy gęstość prądu w odległości r , tj. natężenie prądu przepływającego przez jednostkę pola powierzchni prostopadłej do kierunku przepływu prądu w odległości r od środka układu. Jasne jest, że j zależy jedynie od r , podobnie jak potencjał. Z prawa zachowania ładunku wynika, że prąd przez każdą powierzchnię walcową o promieniu, współśrodkową z elektrodami i leżącą między nimi, równy $j(r)\pi r h$ musi być stały i równa się natężeniu prądu I_0 czerpanego z transformatora. Poza elektrodą zewnętrzną i wewnątrz elektrody wewnętrznej prąd nie płynie. W obszarach tych $j(r) = 0$. Zatem rozkład $j(r)$ w układzie jest następujący:

$$j(r) = \begin{cases} 0 & \text{dla } r < R_w \text{ i } r > R_z, \\ \frac{I_0}{2\pi h r} & \text{dla } R_w < r < R_z \end{cases}$$

Obliczmy teraz różnicę potencjałów między dwoma bliskimi sobie, współśrodkowymi z elektrodami, powierzchniami walcowymi oddalonymi o Δr (rys. 3).



Rys. 3.

Jeżeli Δr jest znacznie mniejsze niż R_w , to opór warstwy roztworu między tymi powierzchniami można obliczyć tak, jakby były one płaskie. Opór ten równa się:

$$\rho \frac{\Delta r}{2\pi r h}$$

gdzie ρ oznacza opór właściwy roztworu.

Szukany spadek napięcia ΔU wynosi więc:

$$\Delta U = 2\pi r h j(r) \cdot 2 \frac{\Delta r}{2\pi r h}$$

Widać stąd, że jeżeli $j(r) = 0$, to $\Delta U = 0$. Oznacza to, że potencjał wewnątrz środkowej elektrody powinien być stały i taki sam jak potencjał tej elektrody oraz że na zewnątrz większej elektrody potencjał powinien być taki sam jak potencjał elektrody zewnętrznej. Zgadza się to ze znalezionym doświadczalnie kształtem wykresu dla $r < R_w$ i $r > R_z$. Zajmijmy się teraz obszarem między elektrodami. Korzystając ze wzoru na $j(r)$ ostatni wzór możemy zapisać w postaci

$$\frac{\Delta U}{\Delta r} = \frac{a}{r},$$

gdzie a jest stałą, którą można wyznaczyć mając ρ , h i I_0 . Przechodząc do granicy otrzymujemy:

$$\frac{dU}{dr} = \frac{a}{r}.$$

Wprawdzie nie ma tego w programie szkolnym, ale z zajęć fakultatywnych wiadomo, że rozwiązaniem otrzymanego równania różniczkowego jest funkcja

$$a \ln r + b$$

gdzie b jest dowolną stałą. „ln” oznacza tu logarytm naturalny, tj. logarytm przy podstawie $e = 2,71882818\dots$. Zmieniając podstawę logarytmu z e na 10 możemy napisać, że

$$U(r) = A \log r + B,$$

gdzie A i B są stałymi.

Tak więc U w obszarze między elektrodami powinno zmieniać się liniowo w zależności od $\log r$, co rzeczywiście obserwuje się w doświadczeniu.

W opisanym typie doświadczeń wygodniej jest stosować prąd przemienny zamiast prądu stałego z tego powodu, że w ten sposób unika się polaryzacji elektrod związanej z wydzielaniem się na nich gazów.