

XVIII OLIMPIADA FIZYCZNA (1968/1969). Stopień I, zadanie teoretyczne – T2

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
Waldemar Gorzkowski: Olimpiady fizyczne XIX i XX. WSiP, Warszawa 1974.

Nazwa zadania: Oddziaływania między naelektryzowanymi kulkami na okręgu.

Działy: Elektrostatyka.

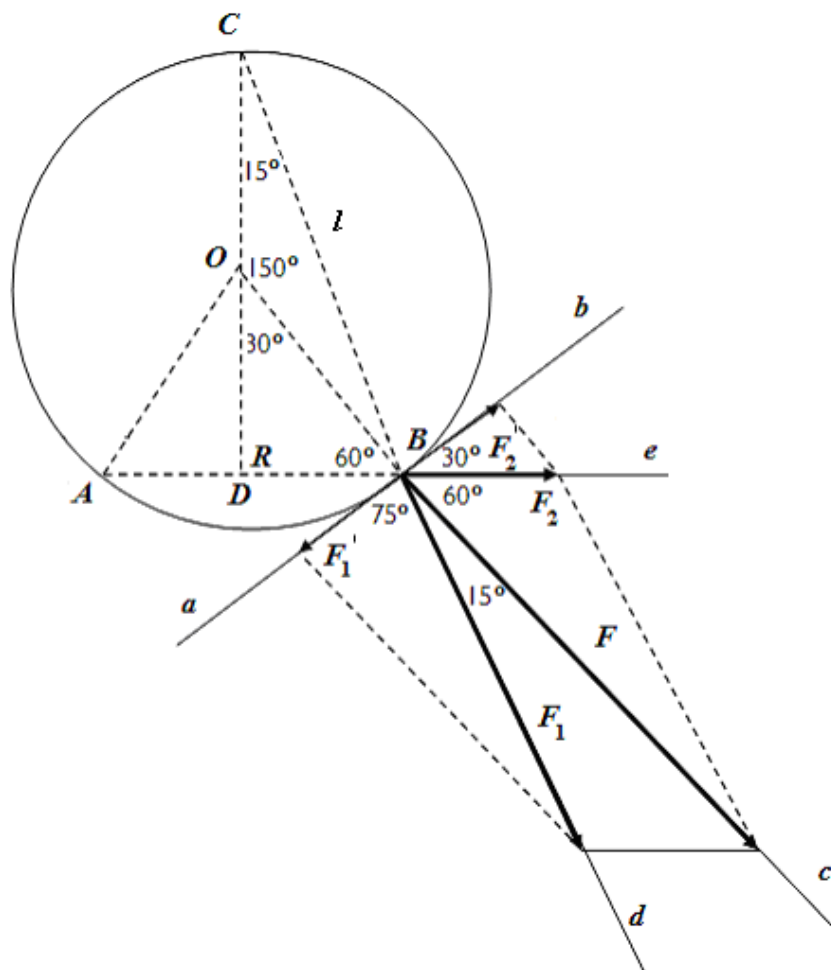
Słowa kluczowe: prawo Coulomba, ładunek elektryczny, promień, okrąg, odległość, tarcie, płaszczyzna pozioma, kulka.

Zadanie teoretyczne – T2, zawody I stopnia, XVIII OF.

Po okręgu leżącym w płaszczyźnie poziomem mogą poruszać się bez tarcia trzy kulki. Na pierwszej z tych kulek znajduje się ładunek q_1 , a na każdej z dwóch pozostałych ładunki q_2 . Kulki ustawiły się tak, że odległość między dwiema kulkami o ładunku q_2 , równa się promieniowi okręgu. Jaki jest stosunek ładunku q_1 do ładunku q_2 ?

Rozwiązanie

Niech w punktach A i B (rys. 1.) znajdują się ładunki q_2 . Odległość między nimi wynosi R . Z rozważań nad oddziaływaniem między ładunkami wynika, że ładunek q_1 winien znajdować się w punkcie C takim, aby prosta COD była osią symetrii odcinka AB .



Rys. 1.

Na ładunek q_2 znajdujący się w punkcie B działają ładunki: q_2 z punktu A oraz q_1 z punktu C . Siła F_2 pochodząca od ładunku umieszczonego w punkcie A działa wzdłuż prostej e . Zaś siła F_1 pochodząca od ładunku umieszczonego w punkcie C działa wzdłuż prostej d . Wypadkowa siła F działać będzie wzdłuż prostej c przechodzącej przez punkty O i B i prostopadłej do stycznej ab , poprowadzonej w punkcie B . Z rysunku wynika, że:

$$\begin{aligned} \sphericalangle F_2BF &= 60^\circ, & \sphericalangle OBC &= \sphericalangle F_1BF = 15^\circ, \\ \sphericalangle Bbe &= 30^\circ, & \sphericalangle BaF_1 &= 75^\circ, \end{aligned}$$

Ładunek q_2 w punkcie B jest w spoczynku. Zatem rzuty F_1' F_2' sił F_1 i F_2 na prostą muszą być sobie równe. W przeciwnym przypadku kulka B przesuwałaby się po okręgu w stronę punktu A lub punktu C . Zatem:

$$\begin{aligned} F_1 \cos 75^\circ &= F_2 \cos 30^\circ, \\ \sphericalangle F_2BF &= 60^\circ, \end{aligned}$$

Z prawa Coulomba siły F_1 i F_2 wynoszą

$$F_1 = k \frac{q_1 q_2}{l^2}, \quad F_2 = k \frac{q_2^2}{R^2},$$

Wstawiając wyrażenia na F_1 i F_2 do równania (1) otrzymamy:

$$k \frac{q_1 q_2}{l^2} \cos 75^\circ = k \frac{q_2^2}{R^2} \cos 30^\circ,$$

skąd

$$\frac{q_1}{l^2} \cos 75^\circ = \frac{q_2}{R^2} \cos 30^\circ.$$

Z rysunku wynika, że $l = 2R \cos 15^\circ$. Podstawiając wyrażenie na l do równani (2) lub (3) otrzymamy:

$$\frac{q_1 \cos 75^\circ}{4R^2 \cos^2 15^\circ} = \frac{q_2}{R^2} \cos 30^\circ.$$

Po podzieleniu tego równania przez uzyskujemy:

$$\frac{q_1 \cos 75^\circ}{4 \cos^2 15^\circ} = q_2 \cos 30^\circ.$$

Następnie wyliczamy stosunek $\frac{q_1}{q_2}$:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{4 \cos 30^\circ \cos^2 15^\circ}{\cos 75^\circ} \approx 12,5.$$

Jak widzimy, ładunek q_1 jest w przybliżeniu 12,5 raza większy od ładunku q_2 .