

**XV OLIMPIADA FIZYCZNA (1965/1966). Stopień III, zadanie doświadczalne – D.****Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;

Tadeusz Pniewski: Olimpiady Fizyczne XV i XVI, PZWS Warszawa 1969

**Nazwa zadania:** Wyznaczanie gęstości ciała.**Działy:** Hydrostatyka, dynamika**Słowa kluczowe:** Gęstość ciała, siła wyporu, prawo Archimedesesa, II zasada dynamiki**Zadanie doświadczalne – D, zawody III stopnia, XV OF.**

Masz do dyspozycji dwie bryłki, naczynie z wodą, wagę, odważniki, zlewkę, statyw z łapą, nić. Wyznacz gęstość każdej z podanych bryłek. Przyjąć gęstość wody  $1\text{g/cm}^3$ . Wskaż źródła błędów.

**Rozwiązanie**

Gęstość ciała  $d$  definiujemy, jako stosunek  $\frac{m}{V}$ , gdzie  $m$  jest masą ciała, a  $V$  – jego objętością.

Do wyznaczenia gęstości bryłek potrzeba jest zatem znajomość ich mas i objętości.

W zestawie przedmiotów, które uczeń ma do dyspozycji, jedynym przyrządem pomiarowym jest waga.

Wszystkie informacje potrzebne do wyznaczenia gęstości bryłek muszą być więc uzyskane poprzez wykonanie odpowiedniej liczby ważeń.

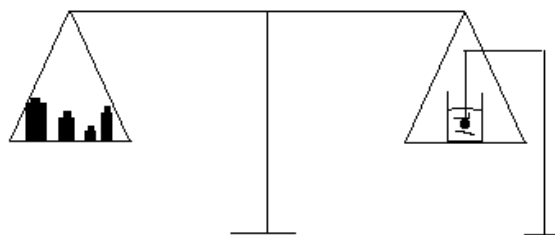
1. Najpierw ważymy każdą bryłkę z osobna znajdując w ten sposób ich ciężary  $P_1$  i  $P_2$ .

Stąd ich masy wynoszą odpowiednio:

$$m_1 = \frac{P_1}{g} \quad \text{i} \quad m_2 = \frac{P_2}{g} \quad (1)$$

2. Przy wyznaczaniu objętości bryłek opieramy się na prawie Archimedesesa. Według tego prawa na ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu skierowana ku górze, równa co do wielkości ciężarowi wypartej cieczy. Wystarczy więc zmierzyć siłę wyporu działającą na ciało i znać gęstość cieczy, aby obliczyć objętość zanurzonego ciała.

W celu znalezienia siły wyporu dokonujemy dwóch ważeń: ważymy najpierw zlewkę z wodą znajdując jej ciężar  $W$ . Następnie zanurzamy do wody bryłkę przywiązaną za pomocą nici statywu (rys. 1). Na bryłkę działa siła wyporu  $W$ . Jak wynika z II zasady dynamiki, bryłka oddziałuje z ta sama siłą na wodę, a za pośrednictwem wody na szalkę.



## Rys.1

Waga nie znajduje się więc już teraz w równowadze. Po ponownym zrównoważeniu otrzymujemy jako nowy rezultat ważenia wartość  $W$ . Między  $P'_w$  i  $P_w$  zachodzi związek:

$$P' = P_w + W.$$

Objętość zanurzonej bryłki wynosi zatem:

$$V_1 = \frac{P'_w - P_w}{d_w \cdot g}, \quad (2)$$

gdzie  $d_w$  jest gęstością wody.

Opisana metoda pomiaru objętości daje się zastosować tylko do jednej z bryłek. Druga bryłka okazuje się lżejsza od wody i wobec tego nie tonie. Należy zatem obie bryłki połączyć razem i w ten sposób zanurzyć je do wody. Otrzymujemy nowy wynik ważenia  $P''_w$ . Stąd znajdujemy objętość obydwóch bryłek razem:

$$V_{1+2} = \frac{P''_w - P_w}{d_w \cdot g}.$$

Objętość bryłki lżejszej od wody wynosi zatem:

$$V_2 = \frac{P''_w - P_w}{d_w \cdot g} - \frac{P'_w - P_w}{d_w \cdot g},$$

czyli

$$V_2 = \frac{P''_w - P'_w}{d_w \cdot g}. \quad (3)$$

3. Wykorzystując związki (1), (2), (3) obliczamy gęstość obu bryłek:

$$d_1 = \frac{P_1}{P'_w - P_w} d_w \quad \text{i} \quad d_2 = \frac{P_2}{P''_w - P'_w} d_w.$$

4. Dokładność otrzymanych wyników zależy w pierwszym rzędzie od dokładności wyrażenia. Zawodnicy mieli do dyspozycji wagi laboratoryjne pozwalające ważyć z dokładnością do 0.01 G. Wynikający stąd względny błąd wyznaczanej gęstości obliczamy ze wzoru:

$$\frac{\Delta d_i}{d_i} = \sqrt{\left(\frac{\Delta P_i}{P_i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta W_i}{W_i}\right)^2}, \quad i = 1, 2$$

gdzie  $\Delta P_i = 0,01 \text{ G}$  – błąd pojedynczego pomiaru, czyli błąd, z jakim znany jest ciężar bryłki,

$\Delta W_i = \sqrt{2} \cdot 0,01 \text{ G}$  - błąd, z jakim znana jest siła wyporu.

Czynnik  $\sqrt{2}$  wynika stąd, że siła wyporu jest obliczana na podstawie wyników dwóch ważeń.

Dla ilustracji opisanej wyżej metody wyznaczania gęstości ciał przytoczymy rezultaty uzyskane przez jednego z zawodników:

Ciężar pierwszej bryłki:  $P_1 = (19,90 \pm 0,01) G$ .

Siła wyporu:  $W_1 = (1,84 \pm 0,014) G$ ,

Stąd względne błędy mierzonych wielkości wynoszą:

$$\frac{\Delta P_1}{P_1} \cong 0,05\%; \quad \frac{\Delta W_1}{W_1} \cong 0,8\%;$$

a błąd z jakim wyznaczona została gęstość bryłki wynosi:

$$\frac{\Delta d_2}{d_2} \cong 0,8\%,$$

sama zaś gęstość równa jest:

$$d_1 = (10,8 \pm 0,1) g / cm^3.$$

Dla drugiej bryłki zawodnik uzyskał następujące wyniki:

Ciężar bryłki:  $P_2 = (3,21 \pm 0,01) G$ ,

Siła wyporu:  $W_2 = (3,59 \pm 0,014) G$ ,

Stąd  $\frac{\Delta P_2}{P_2} \cong 0,3\%$ ,  $\frac{\Delta W_2}{W_2} \cong 0,4\%$  i  $\frac{\Delta d_2}{d_2} \cong 0,5\%$ ;

Gęstość bryłki:  $d_2 = (0,894 \pm 0,004) g / cm^3$ .

Poza uwzględnionymi już błędami pomiarowymi mającymi charakter przypadkowy, występują jeszcze błędy systematyczne:

1) Nieuwzględniona siła wyporu powietrza, jakiej doznają badane bryłki, sprawia, że ich rzeczywisty ciężar jest nieco większy od uzyskanego wyniku wrażeń.

Różnica stanowi bardzo mały ułamek ciężaru bryłek ( $\sim 10^{-4}$ ).

Błąd ten działa w kierunku zmniejszania wyznaczonej gęstości bryłek.

2) Gęstość wody jest zależna od temperatury. Przyjmując  $d_w = 1 g/cm^3$  nie uwzględniamy ten zależności. Popelniany przez to błąd wynosi:

$$\frac{\Delta d_w}{d_w} \sim 10^{-3}.$$

Ponieważ rzeczywista gęstość wody jest nieco mniejsza niż  $1 g/cm^3$ , zatem błąd ten prowadzi do zwiększenia gęstości bryłek.

3) Nić, na której uwiązane są bryłki, oraz obecność ewentualnych pęcherzyków powietrza powodują zwiększenie obserwowanej siły wyporu, a tym samym zmniejszenie wyznaczonej gęstości bryłek. Błąd ten można zredukować do minimum przez staranne usunięcie pęcherzyków powietrza zastosowanie możliwie cienkiej nici oraz płytkie zanurzenie bryłek, aby jak najmniejsza część nici znajdowała się w wodzie.

Wymienione błędy systematyczne są znacznie mniejsze od błędów przypadkowych, a ponadto znoszą się częściowo ze względu na różne znaki.