

LXX OLIMPIADA FIZYCZNA

ZAWODY II STOPNIA

CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA, 14.02.2021

Za zadanie można otrzymać maksymalnie 40 punktów.

Wysokość metacentryczna H jest miarą stabilności statku lub łodzi względem przechyłów. Definiuje się ją jako parametr w liniowej zależności kąta przechylenia α od przyłożonego momentu siły M

$$\alpha = \frac{1}{HP}M,$$

gdzie:

M – suma momentów sił zewnętrznych działających na statek, czyli sił innych niż pochodzących od siły ciężkości i siły wyporu cieczy;

α – wywołany tymi siłami statyczny kąt przechyłu względem położenia równowagi (wyrażony w radianach);

P – ciężar statku.

Masz do dyspozycji:

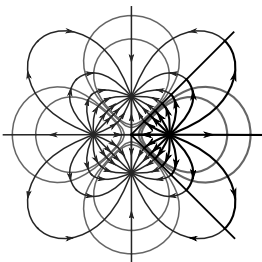
- plastikowe naczynie,
- szerokie, niskie naczynie, wypełnione wodą do wysokości kilku centymetrów,
- dziesięć patyczków do szaszłyków,
- dziesięć ciężarków o masie równej $(5,0 \pm 0,1)$ g każdy,
- dwie linijki z podziałką milimetrową,
- plastelinę,
- nitkę,
- taśmę klejącą,
- nożyczki.

Na środku plastikowego naczynia zamocuj prostopadle do jego dna patyczek, który będzie pełnił rolę masztu. „Maszt” usztywnij (na przykład za pomocą innych patyczków i plasteliny), aby mógł on przenosić niewielkie siły. Dno naczynia obciąż plasteliną tak, aby po włożeniu do wody naczynie było zanurzone na głębokość około 1 cm i aby pływało nieprzechylone.

Wykonaj odpowiednie pomiary i wyznacz masę oraz wysokość metacentryczną skonstruowanego przez Ciebie statku. Przyjmij, że gęstość wody jest równa $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a przyspieszenie ziemskie wynosi $9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Badany statek po zakończeniu zawodów pozostaw na swoim stanowisku niezmodyfikowany i nieuszkodzony.

Uwaga 1: Ciężarki są pokryte samoprzylepną pianką. Możesz jej nie usuwać – w takim przypadku możesz pominąć jej masę.

Uwaga 2: Statek możesz rozbudować o elementy konstrukcyjne ułatwiające Ci wykonanie pomiarów. Pamiętaj jednak, aby wszystkie pomiary wykonać dla jednej, ustalonej konstrukcji statku.



LXX OLIMPIADA FIZYCZNA

ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAWODÓW II STOPNIA

CZĘŚĆ DOŚWIADCZALNA

Rozwiązanie zadania

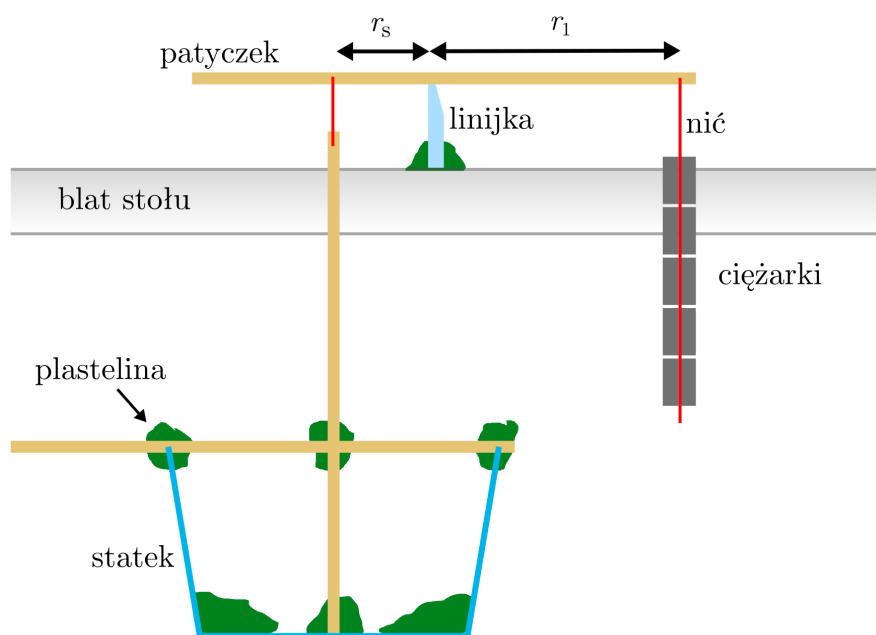
Część teoretyczna

Masę statku można wyznaczyć za pomocą wagi skonstruowanej w sposób przedstawiony na rysunku 1. Jeśli z jednej strony dźwigni wagi zawieszony jest obiekt o znanej masie m_1 w odległości r_1 od osi dźwigni, a z przeciwnej strony statek o nieznannej masie m_s w odległości r_s , to równowaga będzie osiągnięta, gdy spełniony będzie warunek równowagi momentów sił

$$r_1 m_1 g = r_s m_s g, \quad (1)$$

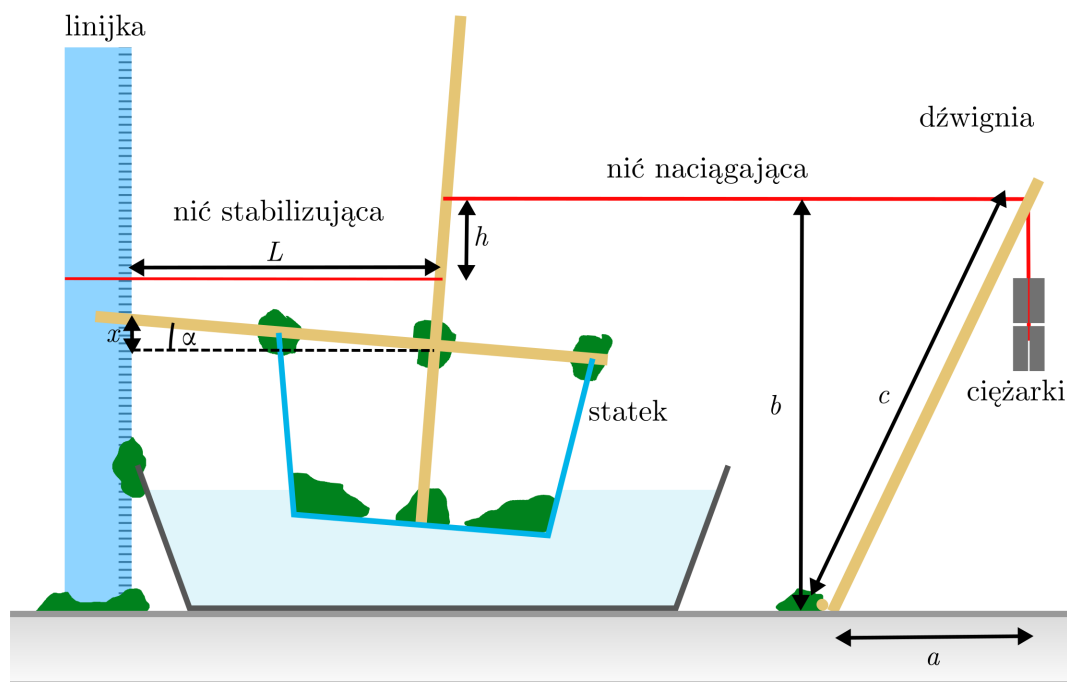
zatem w sytuacji równowagi możemy obliczyć masę statku m_s :

$$m_s = m_1 \frac{r_1}{r_s}. \quad (2)$$



Rysunek 1: Schemat układu pomiarowego umożliwiającego zmierzenie masy statku. Widok z boku. Linijka wystaje poza krawędź stołu, na jej wystającym fragmencie zawieszony jest patyczek ze statkiem i ciężarkami.

Wysokość metacentryczną można wyznaczyć badając kąt przechylenia statku w zależności od przyłożonego momentu siły. Aby zapewnić warunek zerowej sumy przyłożonych sił można wykorzystać układ taki jak na rysunku 2. Moment siły zapewniany jest przez dwie poziome nici o jednakowej wartości siły naciągu N . Nici stabilizująca łączy maszt z nieruchomym punktem



Rysunek 2: Schemat układu pomiarowego umożliwiającego zmierzenie wysokości metacentrycznej statku.

zaczepienia. Nić naciągająca przymocowana jest do masztu w odległości h od nici stabilizującej. Nić naciągająca jest przyklejona do lekkiej dźwigni swobodnie obracającej się wokół punktu podparcia, a na swobodnie wiszącym końcu tej nici zawieszono jest n ciężarków o masie m_0 każdy. Warunek równowagi momentów sił dźwigni ma postać

$$anm_0g = Nb, \quad (3)$$

co pozwala na obliczenie siły naciągu nici:

$$N = \frac{anm_0g}{b}. \quad (4)$$

Moment siły przyłożony do statku dzięki siłom naciągu obu nici wynosi zatem

$$M = hN = \frac{hanm_0g}{b}. \quad (5)$$

Kąt przechylenia statku można wyznaczyć badając położenie poziomego patyczka stanowiącego część statku na skali ustawionej pionowo linijki. W układzie przedstawionym na rysunku 2, kąt α spełnia warunek

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{L}, \quad (6)$$

który dla małych kątów α przyjmuje postać

$$\alpha = \frac{x}{L}, \quad (7)$$

Część doświadczalna W celu zmierzenia masy statku skonstruowano wagę przedstawioną sche-

matycznie na rysunku 1. Punkt podparcia dźwigni wagi zapewniono dzięki linijce przyklejonej do blatu stołu w taki sposób, że wystawała ona poza jego krawędź połową swojej długości. Linijkę obrócono do płaszczyzny prostopadłej do blatu stołu, aby uzyskać możliwie niewielki punkt podparcia szalki. Na szalce przy użyciu nici zawieszono z jednej strony statek, a z drugiej strony 10 ciężarków. Punkty zawieszenia nici na patyczku stanowiącym szalkę wagi wybrano w taki sposób, aby punkt podparcia znajdował się w przybliżeniu w połowie długości patyczka, co pozwoliło na zaniedbanie momentu siły wywołanego jego ciężarem. Następnie punkt podparcia szalki przesuwano aż do uzyskania równowagi. Procedurę szukania punktu równowagi powtórzono kilkakrotnie, za każdym razem uzyskując te same wartości długości ramion, zatem za niepewność pomiaru przyjęto jedną podziałkę na skali linijki. Suma mas ciężarków wyniosła $m_1 = (50 \pm 1)$ g, a długości ramion wagi w położeniu równowagi $r_1 = (90 \pm 1)$ mm oraz $r_s = (46 \pm 1)$ mm.

$$m_s = (98 \pm 3) \text{ g}, \quad (8)$$

Niepewność wyznaczenia wartości m_s obliczono jako pierwiastek z sumy kwadratów niepewności pochodzących od niepewności wielkości m_1 , r_1 oraz r_s . Niepewności pochodzące od każdej z wielkości obliczono jako połowę różnicy między wartością masy m_s obliczoną dla danej wielkości pomniejszonej oraz powiększonej o wartość jej niepewności.

UWAGA: Niepewność wyniku mierzzonego pośrednio obliczono zgodnie z Rekomendacją Polskiego Towarzystwa Fizycznego: <https://www.ptf.net.pl/pl/programy/edukacja/rekomendacja/>. Akceptowane są także inne metody oszacowania niepewności pomiarowej. Ta metoda obliczenia niepewności wyniku mierzzonego pośrednio zostanie wykorzystana kilkakrotnie także w dalszej części niniejszego rozwiązania.

W celu zmierzenia wysokości metacentrycznej skonstruowano układ doświadczalny zgodnie z rysunkiem 2. Dźwignię skonstruowano z dwóch patyczków sklejonych pod niewielkim kątem do siebie. Patyczki opierały się o blat oraz o przyklejony do niego poziomo trzeci patyczek. Pomiaru rozpoczęto od przyklejenia jednego ciężarka do końca nici naciągającej, aby układ był stabilny. Pomiaru polegały na każdorazowym zmierzeniu położenia patyczka x oraz wysokości b punktu zaczepienia nitki na dźwigni, a następnie doklejeniu kolejnego ciężarka do nici.

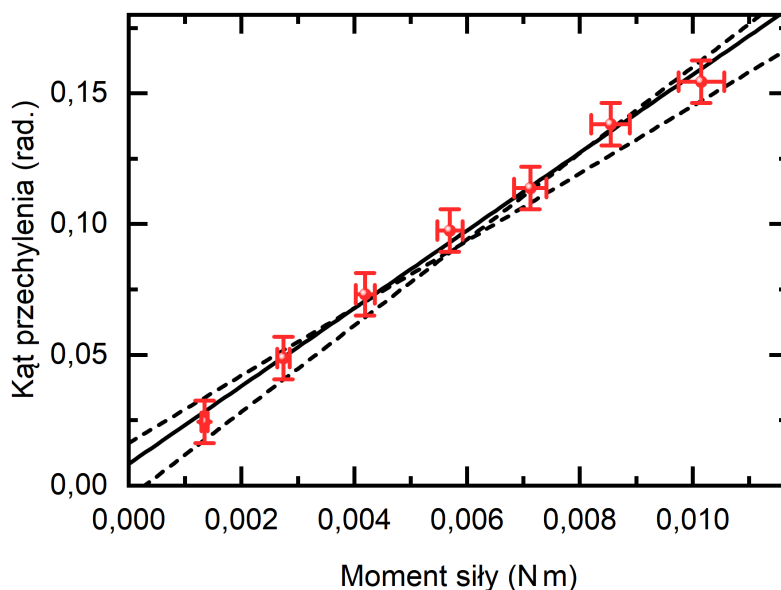
Dla każdego pomiaru obliczono moment siły M działający na statek, korzystając z równania (5). Niezbędną wartość odległości a obliczano każdorazowo korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}. \quad (9)$$

Wartość c zmierzono linijką otrzymując wartość $c = (194 \pm 1)$ mm. Ponieważ odległość b będzie zmieniać się nieznacznie w ciągu pomiarów, niepewność wyznaczenia odległości a oszacowano na podstawie jednokrotnego pomiaru, w którym otrzymano $b = (160 \pm 1)$ mm. Otrzymana w ten sposób niepewność wyznaczenia wielkości a wyniosła 3 mm. Wartość niepewności wielkości b pominięto podczas obliczania wartości niepewności wielkości momentu siły M , ponieważ jest ona znacznie mniejsza, niż wartość niepewności wielkości a .

Kąt przechylenia statku obliczano na podstawie równania (7). Niepewność wyznaczenia kąta przechylenia statku była wywołana przede wszystkim przez niepewność zmierzenia wychylenia x , która była równa wielkości podziałki linijki, czyli 1 mm. Ponieważ nie było możliwe dokładne zmierzenie położenia x przy zerowej liczbie zawieszonych ciężarków i przy braku dodatkowej siły naciągu spowodowanej ciężarem dźwigni, do równania definiującego wysokość metacentryczną dodano człon stały α_0 :

$$\alpha = M \frac{1}{PH} + \alpha_0 = M \frac{1}{m_s g H} + \alpha_0. \quad (10)$$



Rysunek 3: Zależność kąta przechylenia statku od przyłożonego momentu siły.

Otrzymane wartości M oraz α przedstawiono na rysunku 3, a następnie dopasowano do nich na podstawie równania (10) prostą najlepszego dopasowania oraz skrajne proste mieszczące się w zakresie błędów pomiarowych. Otrzymano wartość wyrazu wolnego α_0 :

$$\alpha_0 = (0,008 \pm 0,010) \text{ rad.} \quad (11)$$

Wartość współczynnika kierunkowego $B = \frac{1}{m_s g H}$ wyniosła:

$$B = (14,8 \pm 1,6) \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}. \quad (12)$$

Wysokość metacentryczna badanego statku wynosi zatem

$$H = \frac{1}{m_s g B} = (70 \pm 8) \text{ mm.} \quad (13)$$

Niepewność wyniku końcowego jest spowodowana przede wszystkim przez niepewność wyznaczenia współczynnika kierunkowego prostej. Niepewność wyznaczenia współczynnika kierunkowego B otrzymano przez graficzne dopasowanie prostych o skrajnych nachyleniach.