

LXV OLIMPIADA FIZYCZNA

ZAWODY III STOPNIA

CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

Za zadanie doświadczalne można otrzymać maksymalnie 40 punktów.

Zadanie D.

Rozgrzane wolframowe włókno żarówki o temperaturze bezwzględnej T emituje światło o ciągłym rozkładzie widmowym. Dla długości fali światła $\lambda < 1000$ nm i temperatury $T < 3000$ K moc emitowana przez włókno w małym przedziale długości fali od λ do $\lambda + \Delta\lambda$ jest równa $u(\lambda, T)\Delta\lambda$, gdzie:

$$u(\lambda, T) = A \frac{1}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{\beta}{\lambda T}\right),$$

a A i β to pewne nieznanne stałe.

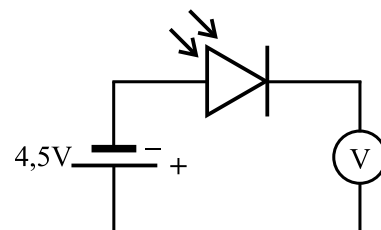
Mając do dyspozycji

- oprawioną żarówkę halogenową o napięciu znamionowym 12 V i mocy nominalnej 20 W,
- układ umożliwiający pomiar natężenia światła składający się z oprawionej fotodiody, woltomierza i baterii 4,5 V (patrz uwaga 1),
- płytę CD,
- soczewkę skupiającą,
- zasilacz prądu stałego o napięciu regulowanym w zakresie 0–12 V,
- woltomierz,
- amperomierz,
- przewody i zaciski umożliwiające zestawienie obwodu elektrycznego,
- pionowy ekran,
- papier milimetrowy,
- linijkę, taśmę klejącą, plastelinę,

wyznacz wartość stałej β dla włókna badanej żarówki przy założeniu, że zależność oporu żarówki R od temperatury bezwzględnej włókna T można opisać wzorem $R(T) = R_0(1 + \alpha_W(T - T_0))$, gdzie R_0 to opór żarówki w temperaturze pokojowej $T_0 = 295$ K, a $\alpha_W = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Uwagi:

1. Fotodioda to element półprzewodnikowy, w którym pod wpływem światła powstają nośniki prądu. Zjawisko to można wykorzystać do pomiaru natężenia światła w prostym układzie stanowiącym jeden z elementów zestawu doświadczalnego. Schemat tego układu jest przedstawiony na rysunku. Fotodioda jest spolaryzowana za pomocą napięcia 4,5 V. Natężenie prądu płynącego w tym układzie (odczytywane jako wskazanie woltomierza) jest wprost proporcjonalne do natężenia światła padającego na fotodiodę, przy czym stała proporcjonalności zależy od długości fali światła. Zwróć uwagę, że ta proporcjonalna zależność jest spełniona tylko dla odpowiednio małych natężeń światła, które nie powodują nasycenia fotodiody (tj. dla wskazań woltomierza mniejszych niż 4 V).
2. Płyta CD składa się z gęsto ułożonych spiralnych ścieżek na których zapisywane są dane, w związku z czym można ją wykorzystać jako odbiciową siatkę dyfrakcyjną. Odległość pomiędzy kolejnymi „ścieżkami” spirali (tj. stała siatki) wynosi $d = (1,50 \pm 0,05) \mu\text{m}$.
3. Żarówka i jej oprawa stają się gorące przy długotrwałym włączeniu zasilania. **NIGDY** bezpośrednio nie dotykaj bańki żarówki i **ZACHOWAJ SZCZEGÓLNA OSTROŻNOŚĆ** przy dotykaniu i przesuwaniu oprawy. Wyłączaj zasilanie żarówki, kiedy jej nie używasz.

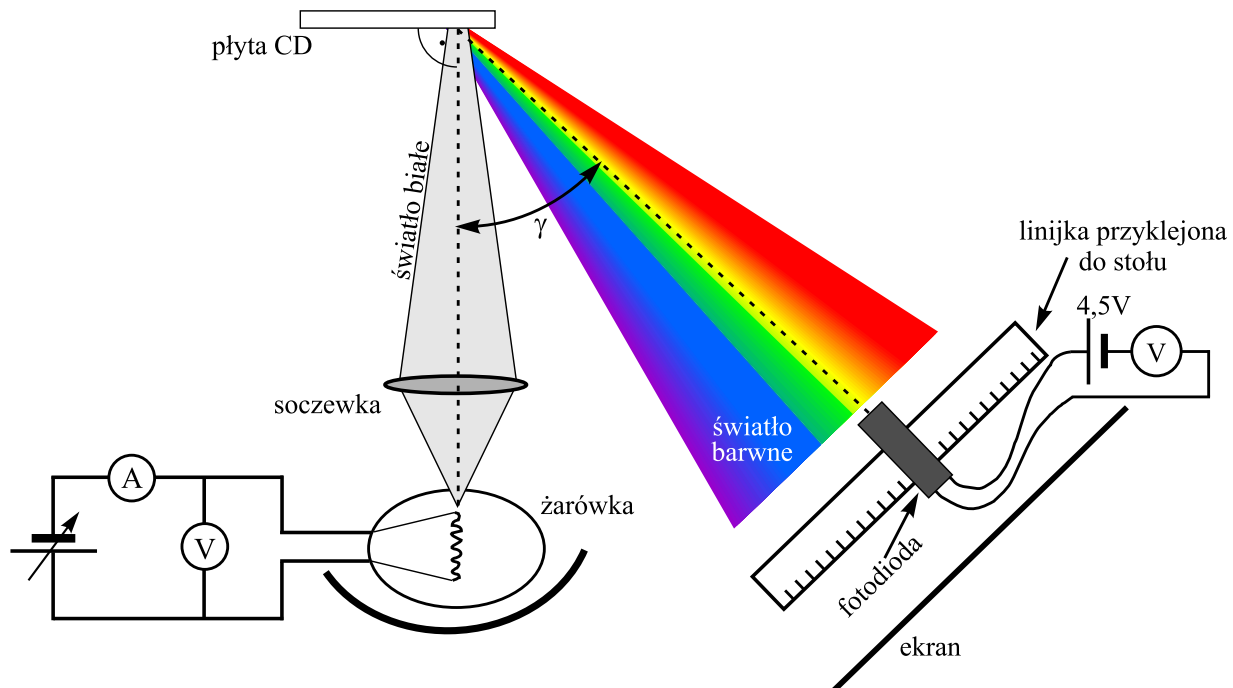


Rozwiązanie zadania D.

Część teoretyczna

Pomysł rozwiązania zadania opiera się na wykorzystaniu płyty CD do rozszczepienia światła żarówki na poszczególne składowe widmowe. Można tego dokonać w układzie doświadczalnym, którego schemat jest przedstawiony na Rys. 1. Żarówkę w oprawie, podłączoną do zasilacza prądu stałego, ustawiamy na jednym końcu stołu. Na tym samym końcu stołu, w pewnej odległości od żarówki umieszczamy pionowy ekran, tak aby światło żarówki nie padało nań bezpośrednio. Na drugim końcu umieszczamy płytę CD, którą mocujemy pionowo za pomocą plasteliny. Światło żarówki, skupione za pomocą soczewki, odbijamy od powierzchni płyty CD w taki sposób, aby na ekranie otrzymać ostry obraz włókna żarówki. Następnie tak obracamy płytę, aby prosta łącząca włókno żarówki i środek soczewki była prostopadła do powierzchni płyty i równoległa do stołu. Dyfrakcja na powierzchni płyty CD powoduje, że w niezerowym rzędzie ugięcia n światło o różnych długościach fali λ zostanie odbite pod różnymi kątami γ zgodnie ze wzorem

$$d \sin \gamma = n\lambda. \quad (1)$$



Rys. 1. Schemat układu doświadczalnego.

Ponieważ d wynosi około $1,5 \mu\text{m}$, to w pierwszym rzędzie ugięcia $n = 1$ światło o widzialnej długości fali ($\lambda \simeq 400 - 700 \text{ nm}$) zostanie odbite pod kątami $\gamma \simeq 15 - 30^\circ$. W związku z tym na pionowym ekranie (o ile jest umieszczony w odpowiednim miejscu) zaobserwujemy barwne, ciągłe widmo. Natężenie światła odpowiadające kolejnym długościom fali można określić, przesuwać fotodiodę przez obszar obserwacji widma i kolejno wyznaczając wskazanie podłączonego do niej woltomierza. Najłatwiej jest to wykonać, gdy widmo jest poziome, co można osiągnąć, wybierając punkt padania światła żarówki na płytę CD w taki sposób, aby kierunek spiralnych ścieżek na płycie w tym punkcie był (lokalnie) pionowy. Aby umożliwić łatwe i powtarzalne przesuwanie fotodiody po stole, można posłużyć się linijką przyklejoną do stołu przy użyciu taśmy klejącej. Mierzone wskazanie woltomierza U dla różnych kątów γ (lub, równoważnie, różnych długości fali λ wyznaczonych na podstawie wzoru (1)) zależy zarówno od natężenia światła emitowanego w danej długości fali, jak i od charakterystyki widmowej samego układu pomiarowego (tj. fotodiody i płyty CD). Można je opisać jako:

$$U(\lambda, T) = \eta(\lambda)P(\lambda)I_z(\lambda, T), \quad (2)$$

gdzie T to temperatura włókna żarówki, $\eta(\lambda)$ to parametr określający liniowy związek napięcia z natężeniem światła padającego na fotodiode, $P(\lambda)$ to współczynnik odbicia płyty CD w pierwszym rzędzie (zależny od λ) a I_z to natężenie światła żarówki emitowanego w różnych długościach fali λ . Aby określić zależność I_z od λ , musimy wyeliminować nieznanne wielkości z równania (2). Można to osiągnąć, przeprowadzając dwie serie pomiarów wartości napięcia na fotodiodzie dla dwóch różnych temperatur włókna T_1 i T_2 . Wykorzystując te wyniki, możemy obliczyć stosunek

$$\frac{U(\lambda, T_2)}{U(\lambda, T_1)} = \frac{I_z(\lambda, T_2)}{I_z(\lambda, T_1)} = \frac{u(\lambda, T_2)}{u(\lambda, T_1)} = \exp\left(\frac{\beta}{\lambda} \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}\right), \quad (3)$$

gdzie zauważyliśmy, że $I_z(\lambda, T)$ jest proporcjonalne do $u(\lambda, T)$, i skorzystaliśmy ze wzoru na $u(\lambda, T)$ podanego w treści

zadania. Logarytmując powyższą zależność, dostajemy ostatecznie

$$\ln \left(\frac{U(\lambda, T_2)}{U(\lambda, T_1)} \right) = \beta \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \cdot \frac{1}{\lambda}. \quad (4)$$

Widzimy stąd, że wyznaczając wartość lewej strony tego równania dla długości fali λ i wykreślając ją w funkcji $1/\lambda$, powinniśmy otrzymać prostą postaci $y = ax$. Wyznaczwszy jej współczynnik kierunkowy a , możemy określić wartość szukanego parametru β na podstawie zależności:

$$\beta = a \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}. \quad (5)$$

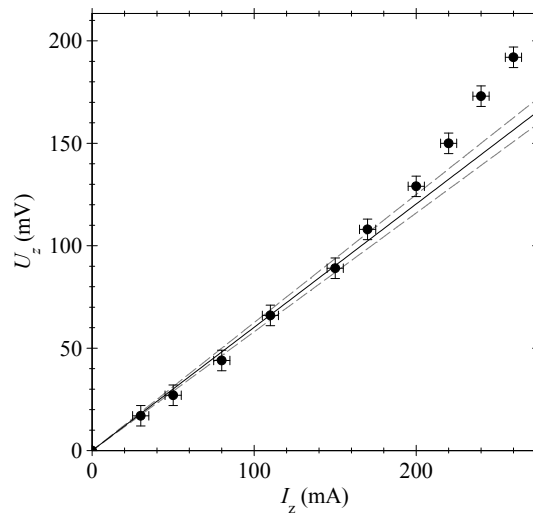
Ostatnimi niewiadomymi są temperatury T_1 i T_2 włókna żarówki, które możemy określić, mierząc charakterystykę prądowo-napięciową żarówki $U_z(I_z)$ przy użyciu woltomierza i amperomierza (w układzie, którego schemat jest pokazany na Rys. 1). Pozwala to na określenie oporu żarówki $R = U_z/I_z$, którego wartość można powiązać z temperaturą włókna, przekształcając zależność podaną w treści zadania:

$$T = \frac{1}{\alpha_W} \left(\frac{R}{R_0} - 1 \right) + T_0. \quad (6)$$

Żeby skorzystać z tej zależności, musimy dodatkowo wyznaczyć opór żarówki R_0 w temperaturze pokojowej, co można wykonać, wyznaczając współczynnik kierunkowy zależności U_z od I_z zmierzonej dla bardzo małych napięć, przy których temperatura włókna jeszcze nie wzrasta.

Część doświadczalna

W pierwszej kolejności wykonujemy pomiar charakterystyki prądowo-napięciowej żarówki w zakresie niskich napięć w układzie z Rys. 1, w celu wyznaczenia oporu żarówki R_0 w temperaturze pokojowej. Wyniki tych pomiarów są pokazane na Rys. (a). Jak widać, punkty dobrze układają się na prostej dla $I_z < 200$ mA. Współczynnik kierunkowy tej prostej pozwala na określenie $R_0 = (0,602 \pm 0,005) \Omega$. Znając R_0 i mierząc I_z dla wybranych wartości U_z oraz korzystając ze wzoru (6), możemy wyznaczyć temperaturę włókna T odpowiadającą tym wartościom napięć U_z .



Rys. 2. Zależność napięcia na żarówce U_z od natężenia płynącego przez nią prądu I_z dla niewielkich napięć niepowodujących istotnego wzrostu temperatury włókna; prosta została dopasowana do punktów odpowiadających $I_z < 200$ mA. Linie przerywane odpowiadają prostym o możliwie najmniejszym i największym nachyleniu.

W celu wyznaczenia nieznannej stałej β zestawiono układ do pomiaru odbicia światła żarówki od płyty CD z Rys. 1. Najpierw ustawiono płytę CD pod kątem około 15° do kierunku padania na nią światła, aby na ekranie obserwować światło odbite w zerowym rzędzie ugięcia. Następnie tak ustawiono soczewkę względem żarówki, aby na ekranie uzyskać ostry obraz włókna żarówki. Następnie obrócono płytę tak, aby światło żarówki padało na nią prostopadłe. Wtedy na ekranie zaobserwowano barwne widmo - światło odbite w pierwszym rzędzie ugięcia. W takim układzie tuż przed ekranem ustawiono fotodiody umożliwiającą pomiar natężenia światła w zależności od długości fali. Kluczowe dla dokładności wyników jest ustawienie ekranu i fotodiody w odpowiednio dużej odległości od płyty CD, aby zwiększyć „poziomy rozmiar” barwnego widma. Z drugiej strony, zbyt dalekie umieszczenie fotodiody zmniejsza ilość światła na nią padającą. Należy więc wybrać pewien kompromis, który w przypadku badanej żarówki odpowiadał odległości płyty CD od fotodiody równej około 60 cm. Niezwykle istotne jest także zapewnienie możliwości powtarzalnego przesuwania fotodiody po stole, tak aby dla każdej z dwóch serii pomiarów (odpowiadających różnym temperaturom włókna żarówki) można było ustawić fotodiody w tych samych położeniach. Można do tego celu wykorzystać linijkę,

jak na Rys. 1. Warto w tym miejscu zauważyć, że wykorzystana technika pomiaru nie wymaga, aby kąt pod jakim fotodiody „patrzy” na płytę CD był taki sam w różnych położeniach. Najlepiej jest więc ustawić diodę pod ustalonym kątem (bliskim 90°) i nie obracać jej podczas przesuwania po stole.

Przed przystąpieniem do pomiarów trzeba również dobrać odpowiednie wartości temperatur T_1 i T_2 . Aby zmaksymalizować ilość światła, większa temperatura T_2 powinna odpowiadać zasilaniu żarówki napięciem bliskim znamionowemu. Wybrano więc napięcie równe $(12,00 \pm 0,01)$ V, co odpowiada $T_2 = (2650 \pm 50)$ K. Druga temperatura powinna być znacznie niższa, aby zmaksymalizować różnicę pomiędzy rozkładem widmowym światła żarówki w obu przypadkach, a tym samym precyzję uzyskanych wyników. Jednak wybranie zbyt niskiej temperatury T_1 skutkowałoby znacznym ograniczeniem ilości światła. Kompromisowym rozwiązaniem w przypadku badanej żarówki okazało się zasilenie jej napięciem $(6,02 \pm 0,01)$ V, co odpowiada temperaturze włókna $T_1 = (1935 \pm 40)$ K. W każdym przypadku, po ustawieniu wybranego napięcia zasilania należało zaczekać, aż temperatura włókna się ustabilizuje.

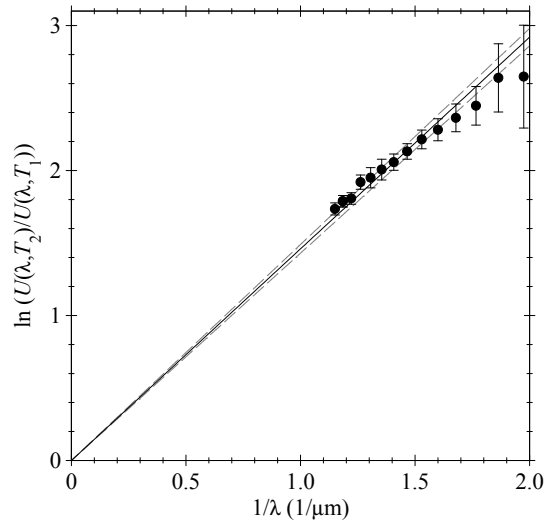
W czasie wykonywania pomiarów natężenia światła bardzo istotne jest również uwzględnienie „tła”, tj. światła docierającego do fotodiody z innych źródeł niż światło żarówki odbite od płyty CD. Jest to szczególnie istotne przy pomiarze małych natężeń światła. Tło takie stanowi zarówno światło żarówki rozpraszane przez inne elementy układu obecne na stanowisku pomiarowym, jak i światło pochodzące z okien i lamp obecnych w pomieszczeniu (w czasie wykonywania doświadczenia w pomieszczeniu nie panują warunki całkowitego zaciemnienia). Obecność tła objawia się niezerowym wskazaniem woltomierza połączonyego z baterią i fotodiody, nawet gdy na fotodiode nie pada światło żarówki odbite od płyty CD. Aby wyeliminować wpływ tła, każdorazowe wyznaczenie natężenia światła odbitego od płyty składa się z dwóch pomiarów: napięcia U_p wskazywanego przez woltomierz gdy na fotodiode pada to światło oraz napięcia U_t wskazywanego, gdy światło to nie pada (a pada wyłącznie światło tła). Drugi z tych pomiarów można wykonać np. zasłaniając soczewkę ręką bądź kawałkiem papieru. W takiej sytuacji natężenie światła odbitego od płyty jest wprost proporcjonalne do $U = U_p - U_t$.

λ (nm)	$U_p(\lambda, T_2)$ (V)	$U_t(\lambda, T_2)$ (V)	$U(\lambda, T_2)$ (V)	$U_p(\lambda, T_1)$ (V)	$U_t(\lambda, T_1)$ (V)	$U(\lambda, T_1)$ (V)
869	2,94	0,20	2,74	0,64	0,15	0,50
844	3,37	0,20	3,17	0,67	0,14	0,53
818	3,43	0,20	3,23	0,67	0,14	0,53
792	3,28	0,20	3,08	0,59	0,14	0,45
765	2,46	0,21	2,25	0,46	0,14	0,32
738	2,60	0,22	2,38	0,46	0,14	0,32
711	3,43	0,22	3,21	0,55	0,14	0,41
682	3,97	0,22	3,75	0,58	0,13	0,45
654	3,70	0,22	3,48	0,51	0,13	0,38
625	3,46	0,23	3,23	0,46	0,13	0,33
596	3,10	0,23	2,87	0,40	0,13	0,27
566	2,65	0,24	2,41	0,33	0,13	0,20
536	1,92	0,25	1,67	0,25	0,13	0,12
507	1,39	0,26	1,13	0,21	0,13	0,08

Tab. 1. Wyniki pomiarów napięć mierzonych na woltomierzu podłączonym do fotodiody dla różnych długości fali λ i dwóch różnych temperatur włókna żarówki. Niepewność λ określono na 5 nm, uwzględniając niedokładności mierzonych odległości, rozmiar elementu światłoczułego fotodiody oraz niepewność odległości d pomiędzy ścieżkami na płycie. Dla każdego z mierzonych napięć niepewność równą 0,01 V oszacowano na podstawie zakresu, w jakim wskazanie woltomierza oscyloowało w każdym z położen fotodiody.

Wyniki dwóch serii pomiarów natężenia światła w funkcji położenia fotodiody są podane w Tab. 1. Kąt γ , potrzebny do wyznaczenia długości fali λ , określono na podstawie pomiarów odpowiednich odległości między diodą, płytą CD i kierunkiem żarówka–płyta (wykonanych przy użyciu papieru milimetrowego i linijki). Długości fali odpowiadające kolejnym położeniom fotodiody określono na podstawie równania (1) (przy $n = 1$). Warto zwrócić uwagę, że dla obu temperatur włókna maksimum natężenia światła emitowanego przez żarówkę przypada w podczerwieni. Jednak wydajność fotodiody spada dla $\lambda > 800$ nm, przez co maksimum rejestrowanego sygnału obserwuje się dla mniejszych długości fali. Co więcej, dla mniejszej temperatury maksimum natężenia przesuwa się w stronę dłuższych fal, przez co w niebieskim zakresie widma (dla $\lambda < 500$ nm) natężenie światła okazuje się być zbyt małe do uzyskania wystarczającej dokładności. Stąd dane w tabeli odpowiadają długościom fali od około 500 nm do 870 nm. Posługując się tymi danymi, wykreślono zależność $y = \ln\left(\frac{U(\gamma, T_2)}{U(\gamma, T_1)}\right)$ od $x = 1/\lambda$, przedstawioną na Rys. 3. Z dopasowania prostej otrzymujemy współczynnik kierunkowy $a = (1,46 \pm 0,04)$ μm . Stąd, wykorzystując wzór (5) i wyznaczone wcześniej temperatury T_1 i T_2 , otrzymujemy szukany współczynnik β :

$$\beta = (10,5 \pm 0,9) \text{ mm} \cdot \text{K}.$$



Rys. 3. Zależność logarytmu stosunku wyznaczonych napięć $\ln\left(\frac{U(\lambda, T_2)}{U(\lambda, T_1)}\right)$ od odwrotności długości fali $1/\lambda$, wraz z dopasowaną prostą. Linie przerywane odpowiadają prostym o możliwie najmniejszym i największym nachyleniu.

Głównym źródłem niepewności wyniku końcowego jest niedokładność pomiaru temperatury włókna, która z kolei wynika przede wszystkim z niepewności wyznaczania oporu żarówki R_0 w temperaturze pokojowej. Poza tym, kluczowa dla uniknięcia błędów systematycznych jest precyzja wykonania eksperymentu, w szczególności zapewnienie powtarzalności ustawień fotodiody w kolejnych seriach pomiarowych. Warto zwrócić uwagę, że uzyskana wartość β jest znacznie mniejsza od tablicowej wartości $hc/k_B = 14,4 \text{ mm} \cdot \text{K}$ dla rozkładu Plancka. Ta systematyczna różnica wynika najprawdopodobniej z niejednorodności temperatury włókna żarówki. Z uwagi na fakt, że temperatura w zupełnie inny sposób wpływa na opór włókna i na rozkład widmowy jego promieniowania, to jej wartość średnia wyznaczona na podstawie pomiaru oporu jest mniejsza od efektywnej temperatury widmowej, która jest bardziej zbliżona do maksymalnej temperatury odpowiadającej środkowi włókna.

Punktacja zadania D.

Pomysł na pomiar wykorzystujący rozszczepienie światła – 3 pkt.

Uwzględnienie charakterystyki układu pomiarowego - wzór (2) lub równoważny – 2 pkt.

Wzór (4) lub równoważny – 3 pkt.

Pomysł na wyznaczenie temperatury włókna – 1 pkt

Pomysł na pomiar R_0 – 1 pkt

Zestawienie i opis układu umożliwiającego poprawne wykonanie doświadczenia – 1 pkt.

Wykonanie dwóch serii pomiarów $U(\lambda, T)$ – 3 pkt.

Uwzględnienie natężenia „tła” – 3 pkt

Wykonanie pomiaru temperatury włókna – 2 pkt.

Wynik liczbowy i dyskusja jego niepewności – 1 pkt