Rozwiązanie zadania 1.

Kształt balonu przy napompowywaniu jest taki, by zminimalizować rozciągnięcie powierzchni przy danej ilości powietrza znajdującej się w jego wnętrzu. Rozważmy fragment naszego balonu będący powierzchnią boczną walca o promieniu r i wysokości l. Jeśli rozciągniemy rozważany fragment, zwiększając wysokość do $l + dl$, względny przyrost objętości będzie równy $\frac{dl}{l}$. Jeśli zaś zwiększymy promień o dr, to (dla małych dr) względny przyrost objętości będzie równy $\frac{2\pi r dr}{\pi r^2} = 2\frac{dr}{r}$. Zatem ten sam względny wzrost objętości można osiągnąć przy stosunku $\frac{dr}{r}$ dwa razy mniejszym, niż $\frac{dl}{l}$. To oznacza, że rozciąganie w poprzek jest bardziej efektywne (wymaga mniejszego wzrostu energii do osiągnięcia takiego samego przyrostu objętości). Zatem w wyniku dopompowania balon stanie się kształtem bliższy kuli.

Rozwiązanie zadania 2.

Należy najpierw odłączyć przewód od bieguna ujemnego. Taka kolejność gwarantuje, że w czasie odłączania przewodów przypadkowe dotknięcie narzędziem do nieizolowanego fragmentu karoserii nie spowoduje zwarcia. Z tych samych powodów należy najpierw podłączać przewód do bieguna dodatniego.

Rozwiązanie zadania 3.

Zwykle przełożenie w rowerze jest takie, że jeden obrót pedałami powoduje kilka obrotów tylnego koła. Dodatkowo promień okręgu zakreślanego przez pedały jest mniejszy niż promień koła. Efektywnie zatem układ pedały-koło jest rodzajem dźwigni, której krótsze ramię jest od strony pedałów. Oznacza to, że jeśli na pedał (a więc i na cały rower) podziałamy siłą F, to pozioma siła, z jaką koło będzie działało na podłoże, będzie mniejsza od F, a zatem rower przesunie się do tyłu. Jeśli jednak przełożenie w rowerze jest bardzo małe (niskie biegi w rowerach górskich), to ta siła może być większa niż F i rower przesunie się do przodu.

Można też na to zagadnienie spojrzeć z energetycznego punktu widzenia. Gdyby ciągnięcie pedału do tyłu powodowało przesunięcie roweru do przodu, to wykonywalibyśmy ujemną pracę i mielibyśmy do czynienia z perpetuum mobile. To stwierdzenie jest jednak prawdziwe tylko, jeśli pedał względem ziemi przesunąłby się do przodu, czyli w przypadku "zwykłego" przełożenia. Jeśli przełożenie jest bardzo małe, to możliwe jest, by rower przesunął się do przodu, a pedał względem ziemi – do tyłu i nie ma sprzeczności z zasadą zachowania energii.

Rozwiązanie zadania 4.

W rozważanej sytuacji tuż po pęknięciu nitki na kulkę nie działa żadna siła, a zatem jej przyspieszenie względem nieruchomego obserwatora jest równe 0.

Rozwiązanie zadania 5.

Z analizy wymiarowej wynika, że moment siły potrzebny do obrotu kartki wokół punktu w pobliżu rogu wynosi $k\mu gml$, gdzie k jest pewną wielkością bezwymiarową zależną tylko od proporcji boków, μ – współczynnikiem tarcia kartki o stół, m – masą kartki, a l – długością dłuższego boku. Siła potrzebna do obrotu kartki wokół rogu wynosi zatem $F_2 = k\mu gml/l$. W przypadku obrotu wokół środka, podzielmy myślowo kartkę na 4 mniejsze. Moment siły potrzebny do ich obrócenia wynosi $4 \cdot k\mu g\frac{m}{4}\frac{l}{2}$, zatem siła $F_1 = 4 \cdot k\mu g\frac{m}{4}\frac{l}{2}/\left(\frac{l}{2}\right) = F_2$.

Rozwiązanie zadania 6.

Siła oporu jest przeciwnie skierowana do kierunku ruchu kulki, a zatem jest postaci $F_R = -k\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}v^2$, gdzie $\vec{v}$ jest wektorem prędkości kulki, a k – stałą dodatnią. Równania ruch kulki są następujące:

$$ma_y = mg - kv_y\sqrt{v_x^2 + v_y^2},$$
$$ma_x = -kv_x\sqrt{v_x^2 + v_y^2},$$

gdzie a_x, a_y to pionowa (dodatnia w dół) oraz pozioma składowa przyspieszenia, natomiast v_x, v_y to pionowa (dodatnia w dół) oraz pozioma składowa prędkości.

Z pierwszego z tych równań wynika, że jeśli $|v_x| > 0$, to pionowa składowa siły oporu jest większa niż gdy $v_x = 0$, a zatem kulka upuszczona z zerową prędkością początkową spadnie na ziemię pierwsza.

Gdyby równania ruchu miały postać $ma_y = mg - kv_y$, $ma_x = -kv_x$, czyli gdyby siła oporu zależała liniowo od prędkości, to ruchy w pionie i poziomie byłyby niezależne, a zatem obie kulki spadłyby równocześnie.

Rozwiązanie zadania 7.

Przyjmijmy, że fotografowany obiekt składa się z wielu punktowych źródeł światła, i rozważmy tylko te, których obraz tworzy rozważane zdjęcie. W przypadku powiększenia optycznego obrazy tych źródeł znajdą się na całej powierzchni matrycy, w przypadku powiększenia cyfrowego – tylko na tej jej części, z której powstanie zdjęcie. Ponieważ wielkość soczewki w obu przypadkach jest taka sama, przechodzi przez nią w obu przypadkach taki sam strumień światła pochodzący od wybranego źródła punktowego. W obu przypadkach całe to światło jest skupiane na matrycy. Zatem na obszar matrycy, z którego powstaje zdjęcie, w obu przypadkach w tym samym czasie pada ta sama ilość światła – obie metody są równoważne z rozważanego punktu widzenia.

Rozwiązanie zadania 8.

Kątowa zdolność rozdzielcza soczewki zależy tylko od jej średnicy, a zatem jest taka sama w obu przypadkach. Oznacza to, że rozważana plamka na matrycy aparatu o większej ogniskowej będzie większa w liczbach bezwzględnych, ale w stosunku do rozmiaru matrycy taka sama jak w przypadku aparatu o mniejszej ogniskowej. Zatem zdolność rozdzielcza jest w obu przypadkach taka sama.

Rozwiązanie zadania 9.

Gdy rower skręca, zmieniając tym samym płaszczyznę obrotu tylnych kół, to efekt żyroskopowy powoduje tendencję do odchylania się tej płaszczyzny od pionu, co destabilizuje rower.

Efekt żyroskopowy jest tym silniejszy, im większy jest moment pędu koła. Jeśli rower jedzie z prędkością v, a masa koła znajduje się głównie w pobliżu jego obwodu, to rozważany moment pędu wynosi $mr^2\frac{v}{r} = mrv$, gdzie m jest masą koła, a r – jego promieniem. Zatem rower o większych kołach będzie miał większą tendencję do przewrócenia się. Zauważmy, że w rzeczywistości większe koła mają zwykle większą masę, co dodatkowo potęguje ten efekt.

Rozwiązanie zadania 10.

Niech promień otworu wynosi r. Podstawa stożka tworzącego korek znajduje się w odległości $d = \frac{r}{R}H$ od wierzchołka, zatem objętość części korka znajdującej się ponad dnem wynosi $V_z = \pi R^2 H/3 - \pi r^2 d/3 = \pi H\left(R^2 - r^3/R\right)/3$. Jeśli $h > H - d$ (korek nie wystaje ponad powierzchnię wody) to siła wyporu działająca na korek wynosi

$$F_w = V_z \rho g - \rho g h \pi r^2 = \rho g\left[\pi H\left(R^2 - r^3/R\right)/3 - h\pi r^2\right].$$

Ponieważ masę korka możemy zaniedbać, wyskoczy on gdy $F_w > 0$. To daje warunek na h:

$$h > \frac{H}{3}\left(\frac{R^2}{r^2} - \frac{r}{R}\right) = \frac{H}{3}\frac{R^2}{r^2}\left(1 - \frac{r^3}{R^3}\right).$$

Jeśli $h < H - d = H\left(1 - r/R\right)$, to siła działająca na korek jest skierowana w górę, a więc korek zawsze wyskoczy. Zauważmy jednak że dla $0 < r \leq R$ mamy $\frac{H}{3}\frac{R^2}{r^2}\left(1 - \frac{r^3}{R^3}\right) \geq H\left(1 - \frac{r}{R}\right)$ (bo $\frac{H}{3}\frac{R^2}{r^2}\left(1 - \frac{r^3}{R^3}\right)/H\left(1 - \frac{r}{R}\right) = \left(\frac{R^2}{r^2} + \frac{R}{r} + 1\right)/3$ jest w rozpatrywanym przedziale malejącą funkcją r, a jej wartość na końcu tego przedziału wynosi 1). Zatem korek nie wyskoczy jeśli $h > \frac{H}{3}\left(\frac{R^2}{r^2} - \frac{r}{R}\right)$. W naszym przypadku $r = R/2$, zatem korek nie wyskoczy, jeśli $h > \frac{7}{6}H$.

Rozwiązanie zadania 11.

Oznaczmy kąt między płaskimi fragmentami sufitu przez α ($= 120^{\circ}$). Gdy przeciwstawiająca się wysunięciu piłki siła tarcia wynosi T, a siła nacisku piłki na jedną ze ścian wynosi N, to pochodząca od tarcia i od reakcji sufitu siła działająca na piłkę wynosi

$$F_R = 2\left(T\cos\frac{\alpha}{2} - N\sin\frac{\alpha}{2}\right).$$

Jeśli piłka nie wysuwa się, to ta siła jest dodatnia, co oznacza

$$\frac{T}{N} > \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} 60^{\circ} \approx 1{,}73.$$

czyli współczynnik tarcia μ musi być większy od $\operatorname{tg} 60^{\circ} \approx 1{,}73$.

Uwaga:

Spełnienie powyższego warunku nie musi wystarczyć, by piłka się nie wysunęła, gdyż siła F_R musi zrównoważyć siłę grawitacji. Zauważmy jednak, że jeśli $\mu > \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$, to zwiększając siłę nacisku N możemy dowolnie zwiększać F_R, podczas gdy siła grawitacji pozostanie niezmieniona.

Rozwiązanie zadania 12.

Rozważmy powierzchnię obrotową o osi obrotu pokrywającej się z przewodami dochodzącymi do kondensatora, której brzegiem jest okrąg o promieniu $2r$. Zażądajmy dodatkowo, by ta powierzchnia nie przechodziła między okładkami kondensatora (może to być np. półsfera). Przy takich założeniach całkowity prąd przecinający tę powierzchnię wynosi I w przypadku a), natomiast 0 w przypadku b). Zatem z prawa Ampère'a, wykorzystując symetrię obrotową układu, otrzymujemy, że

$$B = \begin{array}{ll} \frac{\mu_o I}{2\pi\cdot 2r} = \frac{\mu_o I}{4\pi r} & \text{w przypadku a)} \\ 0 & \text{w przypadku b).} \end{array}$$

gdzie μ_o jest przenikalnością magnetyczną próżni.

Ten wynik jest tak sam, jak w przypadku prostoliniowego przewodu (przez który w przypadku a) płynie prąd, a w przypadku b) – nie płynie) bez kondensatora.

Jeśli wybierzemy powierzchnię przechodzącą między okładkami kondensatora, np. koło, prawo Ampère'a doprowadzi do innego wyniku. Ta sprzeczność doprowadziła Maxwella do modyfikacji prawa Ampère'a poprzez wprowadzenie tzw. prądu przesunięcia (zob. np. Wikipedia). Uwzględnienie prądu przesunięcia powoduje, że otrzymujemy powyższe wyniki niezależnie od tego, czy wybrana powierzchnia przechodzi między okładkami kondensatora, czy nie.

Rozwiązanie zadania 13.

Pole magnetyczne jest bezźródłowe (lub inaczej mówiąc linie pola magnetycznego są liniami zamkniętymi), co oznacza, że całkowity strumień przechodzący przez rozważaną powierzchnię jest równy 0.

Ponieważ strumień przechodzący przez przekrój cewki wynosi $\mu_0 \pi R^2 NI/L$, również strumień przechodzący przez część płaszczyzny znajdującą się na zewnątrz cewki jest co do wartości równy $\mu_0 \pi R^2 NI/L$.

Rozwiązanie zadania 14.

Większość obecnie stosowanych wag łazienkowych ma w nóżkach wbudowane małe, wystające czujniki nacisku. Gdy waga stoi na poziomej, twardej powierzchni, wyświetlany ciężar wynika z sumy zmierzonych przez czujniki wartości i jest ciężarem osoby stojącej na wadze. Gdy waga stoi na miękkiej wykładzinie, wykładzina może naciskać bezpośrednio na nóżki z pominięciem czujników, co zmniejsza zmierzone przez nie wartości, a zatem i wyświetlany ciężar.

Rozwiązanie zadania 15.

Przyjmując, że (średnio) mion ma energię $E = \frac{125\ \text{GeV}}{4}$ otrzymujemy $v = pc^2/E = c\cdot\sqrt{E^2 - m^2c^4}/E \approx c$, $T = \frac{E}{mc^2}T_0 = \frac{125}{4\cdot 0{,}106}\cdot 2{,}2\cdot 10^{-6}\ \text{s} = 6{,}5\cdot 10^{-4}\ \text{s}$. Zatem szukana droga $s = T\cdot v \approx 6{,}5\cdot 10^{-4}\ \text{s}\ \cdot\ 300000\ \text{km/s} \approx 200\ \text{km}$.