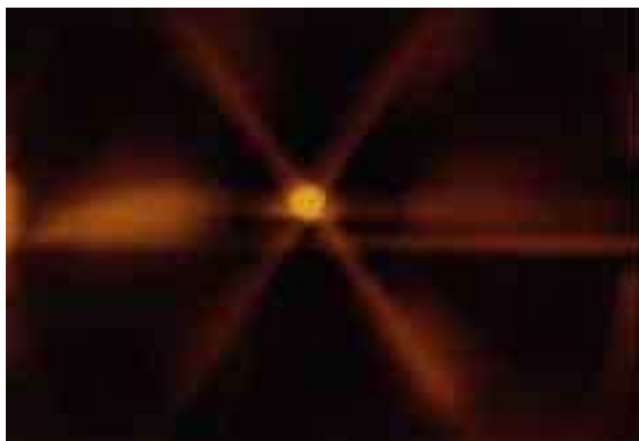


ZADANIE TEORETYCZNE 2**CHŁODZENIE LASEROWE I MELASA OPTYCZNA**

Celem tego zadania jest podanie prostej teorii, która tłumaczy tak zwane chłodzenie laserowe i zjawisko melasy optycznej. Chodzi tu o chłodzenia wiązki neutralnych atomów, na ogół metali alkalicznych, przez przeciwbieżne wiązki laserowe o tej samej częstotliwości. Jest to część badań, za które S. Chu, P. Phillips i C. Cohen-Tannoudji dostali nagrodę Nobla w 1997 roku.



Przedstawiona fotografia pokazuje atomy sodu (jasny obszar w środku) uwięzione w miejscu przecięcia trzech par wzajemnie prostopadłych przeciwbieżnych wiązek laserowych. Obszar ten nazywany jest melasą optyczną, ponieważ dyssypatywne siły optyczne przypominają siły lepkości działające na ciało poruszające się w melasie.

W tym zadaniu będziemy analizować zjawiska oddziaływania atomów i padających na nie fotonów oraz mechanizmy dyssypacji w jednym wymiarze.

CZĘŚĆ I: ZASADY CHŁODZENIA LASEROWEGO

Rozważmy atom o masie m poruszający się w kierunku $+x$ z prędkością v . Atom ma dwa poziomy energetyczne o różnicy energii $\hbar\omega$. Dla prostoty rozważamy zagadnienie w jednym wymiarze, to znaczy zaniedbamy kierunki y i z . Atom ma dwa wewnętrzne stany. Atom jest początkowo w stanie o mniejszej energii. Stan o mniejszej energii ma energię zerową, a energia stanu wzbudzonego wynosi $\hbar\omega_0$, gdzie $\hbar = h/2\pi$. Początkowo atom jest w stanie o mniejszej energii. Wiązka laserowa o częstotliwości ω_L mierzona w układzie laboratoryjnym i kierunku $-x$ pada na atom. W myśl mechaniki kwantowej wiązka laserowa składa się z dużej liczby fotonów, każdy o energii $\hbar\omega_L$ i pędzie $-\hbar q$ (patrz rys. 1). Foton może być zaabsorbowany przez atom i później wyemitowany spontanicznie; emisja może nastąpić albo w kierunku $+x$ albo $-x$ z jednakowym prawdopodobieństwem. Ponieważ atom porusza się z prędkością nierelatywistyczną $v/c \ll 1$ (c - prędkość światła), będziemy uwzględniać tylko wielkości rzędu v/c . Również rozważamy $\hbar q/mv \ll 1$, to znaczy pęd atomu jest znacznie większy od pędu pojedynczego fotonu. W swoich odpowiedziach zachowaj tylko wyrażenia liniowe w obu tych małych wielkościach.

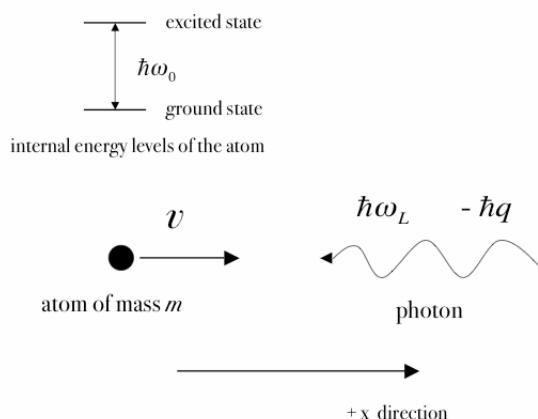


Fig.1 Sketch of an atom of mass m with velocity v in the $+x$ direction, colliding with a photon with energy $\hbar\omega_L$ and momentum $-\hbar q$. The atom has two internal states with energy difference $\hbar\omega_0$.

Założ, że częstość światła laserowego jest taka, że widziana przez poruszający się atom jest w rezonansie z wewnętrznym przejściem w atomie. Odpowiedz na następujące pytania:

1. Absorpcja.

1a	Podaj warunek rezonansu na absorpcję fotonu.	0.2
1b	Podaj pęd p_{at} atomu po absorpcji fotonu, w układzie laboratoryjnym.	0.2
1c	Podaj energię \mathcal{E}_{at} atomu po absorpcji fotonu w układzie laboratoryjnym.	0.2

2. Emisja spontaniczna fotonu w kierunku $-x$.

Po pewnym czasie po absorpcji padającego fotonu atom może spontanicznie wyemitować foton w kierunku $-x$.

2a	Podaj energię emitowanego fotonu, \mathcal{E}_{ph} , po emisji w kierunku $-x$ w układzie laboratoryjnym.	0.2
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

2b	Podaj pęd emitowanego fotonu p_{ph} po emisji w kierunku $-x$ w układzie laboratoryjnym.	0.2
2c	Podaj pęd p_{at} emitowanego atomu po emisji w kierunku $-x$ w układzie laboratoryjnym.	0.2
2d	Podaj całkowitą energię atomu ε_{at} po emisji fotonu w kierunku $-x$ w układzie laboratoryjnym	0.2

3. Spontaniczna emisja fotonu w kierunku $+x$.

Po pewnym czasie po absorpcji padającego fotonu atom może też spontanicznie wyemitować foton w kierunku $+x$.

3a	Podaj energię emitowanego fotonu, ε_{ph} , po emisji w kierunku $+x$ w układzie laboratoryjnym.	0.2
3b	Podaj pęd emitowanego fotonu p_{ph} po emisji w kierunku $+x$ w układzie laboratoryjnym.	0.2
3c	Podaj pęd atomu p_{at} po emisji fotonu w kierunku $+x$ w układzie laboratoryjnym.	0.2
3d	Podaj energię atomu ε_{at} po emisji fotonu w kierunku $+x$ w układzie laboratoryjnym.	0.2

4. Średnia wartość emisji po absorpcji

Emisja spontaniczna fotonu w kierunku $-x$ i $+x$ następuje z jednakowym prawdopodobieństwem. Biorąc to pod uwagę odpowiedz na następujące pytania:

4a	Podaj średnią energię emitowanego fotonu ε_{ph} po emisji fotonu.	0.2
4b	Podaj średni pęd emitowanego fotonu p_{ph} po emisji fotonu.	0.2
4c	Podaj średnią całkowitą energię atomu ε_{at} po emisji fotonu.	0.2
4d	Podaj średni pęd atomu p_{at} po emisji fotonu.	0.2

5. Przekaz energii i pędu.

Zakładając, że wystąpił pełny cykl absorpcji i emisji jednego fotonu, jak to opisano powyżej, to nastąpił średni przekaz energii i pędu pomiędzy wiązką laserową i atomem.

5a	Podaj średnią zmianę energii $\Delta\varepsilon$ atomu po pełnym cyklu absorpcji i emisji jednego fotonu.	0.2
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

5b	Podaj średnią zmianę pędu Δp atomu po pełnym cyklu absorpcji i emisji jednego fotonu.	0.2
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------	-----

6. Przekaz energii i pędu przez wiązkę laserową biegnącą w kierunku $+x$.

C Rozpatrzmy teraz wiązkę laserową o częstości ω'_L i kierunku $+x$ padającą na atom, który porusza się w kierunku $+x$ z prędkością v . Zakładając warunek rezonansu pomiędzy wewnętrznymi stanami atomu i częstością wiązki laserowej, w układzie atomu, odpowiedz na następujące pytania:

6a	Podaj średnią zmianę energii $\Delta\varepsilon$ atomu po pełnym cyklu absorpcji i emisji jednego fotonu.	0.3
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

6b	Podaj średnią zmianę pędu Δp atomu po pełnym cyklu absorpcji i emisji jednego fotonu.	0.3
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------	-----

CZĘŚĆ II: DYSSYPACJA I PODSTAWOWE PRAWA MELASY OPTYCZNEJ

Jednakże Natura nakłada zasadnicze ograniczenia na zjawiska kwantowe. Atom może spontanicznie emitować foton w skończonym czasie po absorpcji, skąd wynika, że omówiony powyżej warunek rezonansu nie jest spełniony dokładnie. To znaczy, że procesy absorpcji i emisji mogą zachodzić przy dowolnej częstości wiązek laserowych ω_L i ω'_L . Jednakże zachodzą one z różnym prawdopodobieństwem i, jak można się spodziewać, prawdopodobieństwo jest największe przy warunku rezonansu. Średni czas pomiędzy procesem absorpcji i emisji nazywa się czasem życia atomu w stanie wzbudzonym i jest oznaczany przez Γ^{-1} .

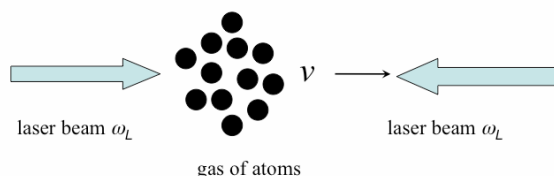
Rozpatrzmy zbiór N atomów, które są nieruchome w laboratoryjnym układzie odniesienia, oraz padająca na atomy wiązkę laserową o częstości ω_L . Atomy absorbują i emitują fotony w sposób ciągły, to znaczy że średnio N_{exc} atomów jest w stanie wzbudzonym (a więc $N - N_{exc}$ atomów jest w stanie podstawowym). Kwantowy rachunek pokazuje, że:

$$N_{exc} = N \frac{\Omega_R^2}{(\omega_0 - \omega_L)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2}$$

Gdzie ω_0 jest częstością rezonansową przejścia atomowego a Ω_R jest tak zwaną częstością Rabięgo; Ω_R^2 jest proporcjonalne do natężenia wiązki laserowej. Jak

powiedziano powyżej liczba N_{exc} jest różna od zera nawet jeśli częstość rezonansowa ω_0 jest różna od częstości wiązki laserowej ω_L . To samo można powiedzieć inaczej, że liczba procesów absorpcji – emisji na jednostkę czasu wynosi $N_{exc}\Gamma$.

Rozpatrzmy sytuację przedstawioną na rysunku 2, gdzie dwie przeciwbieżne wiązki laserowe o *tej samej* ale *dowolnej* częstości ω_L padają na gaz N atomów poruszających się w kierunku $+x$ z prędkością v .



Rys. 2. Dwie przeciwbieżne wiązki laserowe o tej samej ale dowolnej częstości ω_L padają na gaz N atomów poruszających się w kierunku $+x$ z prędkością v .

7. Siła z jaką lasery działają na wiązkę atomów.

7a	Biorąc pod uwagę informacje uzyskane do tej pory, wyznacz siłę, z jaką lasery działają na wiązkę atomów. Załóż, że $mv \gg \hbar q$.	1.5
----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

8. Granica małych prędkości.

Teraz przyjmij, że prędkość jest na tyle mała, że można rozwinąć rozważaną siłę z dokładnością do wyrazów liniowych w v .

8a	W tej granicy, podaj wyrażenie na siłę znalezione w pytaniu 7 a.	1.5
----	------------------------------------------------------------------	-----

Korzystając z tego wyniku możesz znaleźć warunki na to, by prędkość atomów wzrastała, zmniejszała się lub żeby nie miała efektu na ruch.

8b	Podaj warunek, przy spełnieniu którego rozważana siła jest dodatnia (prędkość atomów wzrasta).	0.25
----	------------------------------------------------------------------------------------------------	------

8c	Podaj warunek, przy spełnieniu którego rozważana siła jest równa zero.	0.25
----	------------------------------------------------------------------------	------

8d	Napisz warunek, przy spełnieniu którego rozważana siła jest ujemna (atomy są spowalniane).	0.25
----	--------------------------------------------------------------------------------------------	------

8e	Przyjmij teraz, że atomy poruszają się z prędkością $-v$ (przeciwnie do zwrotu osi $-x$). Napisz warunek, przy spełnieniu którego rozważana siła spowalnia atomy.	0.25
----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

9. Melasa optyczna

W przypadku ujemnej (spowalniającej) siły otrzymujemy siłę tarcia i zachodzi dyssypacja energii kinetycznej atomu. Załóż, że początkowo, w chwili $t=0$, gaz atomów ma prędkość v_0 .

9a	W granicy małych prędkości, znajdź końcową prędkość atomów, jeśli lasery były włączone przez czas τ .	1.5
----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

9b	Teraz załóż, że gaz atomów był początkowo w równowadze termicznej w temperaturze T_0 . Znajdź temperaturę gazu T po tym, jak wiązki laserów były włączone przez czas τ .	0.5
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Ten model nie pozwala na rozważanie dowolnie niskich temperatur.